



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA
MESTRADO PROFISSIONAL



RODRIGO MARTINS SERPELONI

**GEOMETRIA E ASTRONOMIA: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA
PARA UM ENSINO INTERDISCIPLINAR**

FEIRA DE SANTANA - BA

Abril de 2016

RODRIGO MARTINS SERPELONI

**GEOMETRIA E ASTRONOMIA: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA
PARA UM ENSINO INTERDISCIPLINAR**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação – Mestrado Profissional em Astronomia, Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Astronomia.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Cesar da Rocha Poppe
Coorientador: Prof. Dr. José Vieira do Nascimento Junior

**Feira de Santana – BA
Abril de 2016**

Ficha Catalográfica – Biblioteca Central Julieta Carteado

Serpeloni, Rodrigo Martins

S495g Geometria e Astronomia : uma proposta de sequência didática para um ensino interdisciplinar / Rodrigo Martins Serpeloni. – Feira de Santana, 2016.

67 f. : il.

Orientador: Paulo César da Rocha Poppe.

Coorientador: José Vieira do Nascimento Junior.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Programa de Pós-Graduação em Astronomia, 2016.

1. Astronomia – Estudo e ensino. 2. Geometria – Estudo e ensino. I. Poppe, Paulo Cesar da rocha, orient. II. Nascimento Júnior, José Vieira do, coorient. III. Universidade Estadual de Feira de Santana. IV. Título.

CDU: 52.09



ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CANDIDATO (A): RODRIGO MARTINS SERPELONI

DATA DA DEFESA: 23/02/2016 LOCAL: LABOFIS - Sala 03 - UEFS

HORÁRIO DE INÍCIO: 10:10 h

MEMBROS DA BANCA		FUNÇÃO	TÍTULO	INSTITUIÇÃO DE ORIGEM
NOME COMPLETO	CPF			
Paulo César da Rocha Poppe	926.229.257-00	Presidente	DR	DFIS-UEFS
Carlos Alberto de Lima Ribeiro	848.990.004-30	Membro	DR	DFIS-UEFS
Kilder Leite Ribeiro	597.509.286-87	Membro	DR	CETEC-UFRB

TÍTULO DEFINITIVO DA DISSERTAÇÃO*:

GEOMETRIA E ASTRONOMIA: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA UM ENSINO INTERDISCIPLINAR.

* Anexo: produto(s) educacional(is) gerado(s) neste trabalho.

Em sessão pública, após exposição de 35 minutos, o(a) candidato(a) foi argüido(a) oralmente pelos membros da banca, durante o período de 55 minutos. A banca chegou ao seguinte resultado**:

- (X) APROVADO(A)
() INSUFICIENTE
() REPROVADO(A)

** Recomendações¹: Reescrever a Dissertação considerando as recomendações da Banca feitas durante a arguição.

Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é abaixo assinada pelos membros da banca, na ordem acima relacionada, pelo candidato e pelo coordenador do Programa de Pós-Graduação em Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana.

Feira de Santana, 23 de fevereiro de 2016

Presidente: Paulo César da Rocha Poppe
Membro 1: Carlos Alberto de Lima Ribeiro
Membro 2: Kilder Leite Ribeiro
Membro 3: _____
Candidato (a): Rodrigo Martins Serpeloni
Coordenador do PGAstro: [Assinatura]

¹ O aluno deverá encaminhar à Coordenação do PGAstro, no prazo máximo de 60 dias a contar da data da defesa, os exemplares definitivos da Dissertação, após realizadas as correções sugeridas pela banca.



**ANEXO DA ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO:
PRODUTO(S) EDUCACIONAL(IS) GERADO(S) NO TRABALHO FINAL DE CURSO**

CANDIDATO (A): RODRIGO MARTINS SERPELONI

DATA DA DEFESA: 23/02/2016 **LOCAL** LABOFIS - Sala 03 - UEFS

HORÁRIO DE INÍCIO: 10:10 h

Produto do TFC "GEOMETRIA E ASTRONOMIA: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA UM ENSINO INTERDISCIPLINAR":

- Sequência Didática

Feira de Santana, 23 de fevereiro de 2016.

Presidente: David C. de A. M.
Membro 1: Carlos Alberto de Almeida Ribeiro
Membro 2: Alfonso L. B. R.
Membro 3: _____
Candidato (a): Rodrigo Martins Serpeloni
Coordenador do PGAstro: Juliano P.

Agradeço a Deus pela força, coragem e disposição no desenvolvimento deste curso e dedico este trabalho a meus familiares, minha mãe, meus irmãos, minha esposa e filha, meus parceiros de curso e a todas as pessoas que me apoiaram e me deram força em toda minha jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe Hildete que nunca poupou esforços para que pudesse concluir o ensino superior e sempre me motivou a dar continuidade aos estudos, muitas vezes cobrando, perguntando e me motivando. Ao meu irmão Adriano que me deu guarida durante todo este período de viagens semanais que apesar de desgastantes e custosas fizeram com que chegasse a meu objetivo. À minha esposa Natalir que ficou vários finais de semana sem minha presença, cuidando sozinha de minha pequena filha Lara, mas que sempre me deu força pra não desistir. À minha irmã Vania que foi quem me fez ver luz novamente, pois não poupou esforços para encontrar um médico cirurgião para que pudesse realizar procedimento cirúrgico no cérebro pouco antes de ingressar no mestrado e apesar de eu achar que não mais tinha condições de dar continuidade aos estudos, pude realizá-lo e concretizar um sonho. Aos professores do programa da Pós-Graduação em Astronomia pelo apoio e formação de conhecimento, em especial à professora Vera Martin, coordenadora do programa, por seu jeito de lidar com as mais diversas ocasiões resolvendo-as com carinho, agilidade e compreensão e ao meu orientador professor Paulo Poppe por me dar a oportunidade, acreditar e potencializar este trabalho.

Se planejamos para um ano,
devemos plantar cereais...

Se planejamos para uma década,
devemos plantar árvores...

Se planejamos para uma vida inteira,
devemos treinar e educar os homens...

Kwantsu século III AC

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	xi
LISTA DE FIGURAS.....	xiii
LISTA DE GRÁFICOS	xiv
RESUMO.....	xv
ABSTRACT.....	xvi
INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 1 - ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA: UM PASSEIO HISTÓRICO.....	3
1.1 - Práticas pedagógicas no ensino de Geometria e Astronomia e os PCN.....	7
CAPÍTULO 2 – METODOLOGIA.....	11
1ª Etapa: Identificação do problema.....	12
2ª Etapa: Exploração do Conceito.....	13
3ª Etapa: Aplicação da Geometria na Astronomia (solução de problemas).....	13
4ª Etapa: Consolidação da Aprendizagem (avaliação).....	13
CAPÍTULO 3 – DESCRIÇÃO DO TRABALHO DESENVOLVIDO EM SALA DE AULA.....	14
1ª Fase: Identificação do problema.....	14
2ª Fase: Exploração do Conceito.....	17
3ª Fase: Aplicação da Geometria na Astronomia.....	22
Medida do Raio da Terra – Cálculo de Eratóstenes.....	22
Medida do Raio da Lua – Método de Aristarco.....	23
Distância Terra-Lua –Diâmetro Angular e Paralaxe.....	24
Distância Terra-Sol – Método de Aristarco.....	25
4ª Fase: Avaliação.....	26
CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DOS DADOS.....	27
CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	33
REFERÊNCIAS.....	35
APÊNDICE I – Breve Relato sobre os Elementos de Euclides	38
APÊNDICE II - Questionário.....	42
APÊNDICE III - Atividade Avaliativa 1.....	44

APÊNDICE IV - Atividade Avaliativa 2.....	45
APÊNDICE V - Ficha de Avaliação.....	46
APÊNDICE VI – Atividade Experimental.....	47
ANEXO I - Portaria de Recuperação Paralela.....	49

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração I – Dobradura na folha A4 para obter uma diagonal.....	17
Ilustração II – Dobradura na folha A4 para obter uma diagonal.....	18
Ilustração III – Erro no procedimento de dobradura da diagonal.....	18
Ilustração IV – Recorte da folha na diagonal obtendo-se dois triângulos retângulos.....	19
Ilustração V – Verificação da formação de triângulos retângulos idênticos.....	19
Ilustração VI – Reconhecimento dos triângulos semelhantes.....	20
Ilustração VII – Identificação de como se dá as relações trigonométricas nos triângulos retângulos semelhantes.....	21
Ilustração VIII – Obtenção de triângulos semelhantes.....	21
Ilustração IX – Estudantes realizando avaliação proposta na sequência didática.....	26
Ilustração X – Resposta do Estudante A sobre instrumentos conhecidos de medição de distâncias.....	27
Ilustração XI - Resposta do Estudante B sobre instrumentos de medição de distâncias e o método utilizado no passado para medir grandes distâncias.....	28
Ilustração XII - Resposta do Estudante C sobre instrumentos de medição de distâncias e o método utilizado no passado para medir grandes distâncias.....	28
Ilustração XIII - Resposta do Estudante D sobre instrumentos de medição de distâncias e o método utilizado no passado para medir grandes distâncias.....	28
Ilustração XIV - Resposta do Estudante E sobre instrumentos de medição de distâncias e o método utilizado no passado para medir grandes distâncias.....	29
Ilustração XV – Resposta sobre a medição de alturas de objetos através da	

luz solar.....	29
Ilustração XVI – Resposta sobre a medição de alturas de objetos através da luz solar.....	29
Ilustração XVII - Resposta sobre a medição de alturas de objetos através da luz solar.....	30
Ilustração XVIII - Resposta sobre a medição de alturas de objetos através da luz solar.....	30
Ilustração XIX - Resposta sobre a medição de alturas de objetos através da luz solar.....	30
Ilustração XX – Dificuldade apresentada nas operações matemáticas básicas.....	31
Ilustração XX – Questão retirada da avaliação realizada na I Unidade Letiva.....	31

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Geometria do Eclipse Lunar: Projeção do cone de sombra da Terra sobre a Lua.....	23
Figura 2 – Geometria da visualização da Lua através de um observador na Terra.....	24
Figura 3 – Geometria do Eclipse Lunar: quarto crescente e quarto minguante....	25
Figura 4 – Triângulo Terra-Lua-Sol.....	25

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Notas de Matemática – I Unidade de 2014.....	15
Gráfico 2 – Notas de Matemática – I Unidade de 2015.....	15
Gráfico 3 – Resultado obtido após atividade.....	32

RESUMO

Esta dissertação apresenta uma proposta de trabalho para alunos do Ensino Fundamental e Médio tendo como instrumento principal do trabalho uma Sequência Didática, na busca de se solucionar uma grande dificuldade de aprendizagem revertida no baixo rendimento da disciplina de Matemática na primeira unidade letiva. Neste trabalho busca-se melhorar questões de visualização e aplicação da Geometria em problemas reais mostrando o quanto a Geometria foi utilizada para a solução de questões na Astronomia. Este trabalho foi aplicado na turma de terceiro ano do Curso Técnico em Agropecuária do Centro Territorial de Educação Profissional da Chapada Diamantina envolvendo 32 estudantes após identificação do baixo índice de rendimento na primeira unidade letiva, que traz em sua proposta curricular noções de Geometria/Iniciação a Trigonometria, no sentido de auxiliar o professor tornando a aula prazerosa e interessante para os alunos.

Palavras-chave: Astronomia, Ensino de Astronomia, Geometria, Sequência Didática.

ABSTRACT

This work presents a proposal of work for students of primary and secondary education with the main work tool a Didactic Sequence, seeking to solve a major difficulty learning reversed in the low-income mathematics discipline in the first unit. This work seeks to improve viewing issues and application of geometry in a real trouble showing how the geometry was used for the solution of issues in Astronomy. This work was applied to the class of third year of the Technical Course in Agriculture of the Territorial Center for Professional Education at Chapada Diamantina involving 32 students after the low-income index identifying the first unit, which brings in its curriculum proposal notions of Geometry / Initial trigonometry, in order to help the teacher making pleasant and interesting the lesson for students.

Keywords : Astronomy, Astronomy Education, Geometry, Didactic Sequence

INTRODUÇÃO

A Astronomia é uma das Ciências mais antigas da humanidade. Em gravuras rupestres são encontradas as primeiras evidências do registro deste conhecimento, que denotam a passagem de cometas, meteoros, datados de aproximadamente 4.400 anos atrás (BARRETO, 2001), sendo este apenas um dos exemplos. Apesar de bastante antiga, a Astronomia não faz parte do pacote de disciplinas obrigatórias para o Ensino Básico Brasileiro (Ensino Fundamental e Ensino Médio). Sendo assim os conceitos básicos de Astronomia ficam a cargo dos professores de Ciências no Ensino Fundamental inserido como um conteúdo transversal do tema Terra e Universo (PCN, 2000) e para o Ensino Médio na disciplina de Física tendo como tema Universo, Terra e Vida. (PCN+, 2002).

A Matemática, ao longo da história, não pode ser separada da Astronomia. Foram as necessidades humanas relacionadas com a irrigação, agricultura e com a navegação que fizeram da Astronomia uma Ciência primordial para o desenvolvimento humano, junto à Matemática, por intermédio da Geometria. Todavia o ensino da Geometria tem passado por grandes dificuldades. Sadovsky (2007, p. 15) relata que o baixo desempenho dos alunos em Matemática é uma realidade em muitos países, não só no Brasil. Hoje o ensino de Matemática se resume em regras mecânicas oferecidas pela escola, que ninguém sabe onde utilizar.

Estas dificuldades, com inúmeras explicações e causas possíveis, perpassam por uma realidade que pode ser visualizada entre os próprios estudantes que vêem a Matemática como algo muito intelectualizado e difícil. As tecnologias acabam deixando a prática de sala de aula obsoleta, ao invés de potencializá-la, alimentada pela sociedade que não valoriza a Matemática, além da grande dificuldade de uma abordagem diferenciada por parte dos professores que muitas vezes preferem não ensiná-la (LORENZATO, 1995, p. 3).

Este trabalho visa solucionar um problema de baixo rendimento de uma turma com 32 estudantes da terceira série do Curso Técnico em Agropecuária do Centro Territorial de Educação Profissional da Chapada Diamantina, detectado na primeira

unidade letiva da disciplina de Matemática que traz como conteúdo noções de Geometria/Iniciação a Trigonometria. Partindo dos conhecimentos prévios dos estudantes e os utilizando como fator para sua aprendizagem foi proposta uma intervenção através de um produto educacional, uma Sequência Didática, que neste caso foi o objeto final deste trabalho, para que fosse consolidada a aprendizagem significativa dos estudantes. Houve o auxílio organizacional por intermédio da portaria Nº 1882 de 03 de abril de 2013, na qual o governo da Bahia apresenta a recuperação paralela como uma recuperação de aprendizagem de forma contínua e durante o processo letivo.

Após análise dos resultados foi elaborada uma Sequência Didática dividida em fases. Em que cada fase foi pensada a contribuição para a melhoria da aprendizagem dos estudantes, no sentido em que além de se trabalhar conhecimentos já vistos por estes estudantes, através da avaliação realizada na primeira unidade, foram inseridos conhecimentos novos, através da Astronomia, que puderam potencializar os conhecimentos prévios existentes, além da aplicação da Sequência Didática para materializar entes geométricos vistos na prática.

Para Vitti (1999, p.32, 33) “os professores na maioria dos casos se preocupam muito mais em cumprir um determinado programa de ensino do que em levantar as ideias prévias dos alunos sobre um determinado assunto”. Desta forma procuramos neste trabalho, de forma expositiva, mostrar as várias formas que a Astronomia potencializou a Geometria, além de mostrar algumas aplicações geométricas nas descobertas astronômicas e de que forma isso contribuiu para o avanço da humanidade. Em nosso entendimento a interação permanente entre Astronomia e Matemática, de alguma forma, pode ser aproveitada para tentar ultrapassar as dificuldades que a maioria dos alunos experimentam, quer na compreensão dos conceitos matemáticos quer na sua aplicação à realidade, tirando também partido do fato da Astronomia por si só ser bastante motivadora pela curiosidade que desperta nas pessoas, nomeadamente como atividade amadora bastante generalizada.

Entendemos que a compreensão de conceitos abstratos, pode de alguma forma ser facilitada aos alunos com o uso de recursos empregados em situações onde a sua aplicação seja determinante na resolução de problemas concretos. Aqui a Astronomia fornece bastantes exemplos, como os que são tratados neste trabalho.

CAPÍTULO 1 - ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA: UM PASSEIO HISTÓRICO

As origens da Geometria (do grego medir a Terra) parecem coincidir com as necessidades do dia-a-dia. Partilhar terras férteis às margens dos rios, construir casas e observar e prever os movimentos dos astros são algumas das muitas atividades humanas que sempre dependeram de operações geométricas. Documentos sobre as antigas civilizações egípcia e babilônica comprovam bons conhecimentos do assunto, geralmente ligados à Astrologia. Na Grécia, porém, é que o gênio de grandes matemáticos lhes deu forma definitiva. (*Fonte: Dicionário Enciclopédico Conhecer - Abril Cultural*).

Embora existam várias produções importantes na Geometria Grega, seu momento mais celebre foi atingido no período helenístico e um dos grandes nomes deste período foi Euclides. Euclides de Alexandria viveu entre 300 e 200 a.C. e desenvolveu o método axiomático (estrutura lógica de pensamento). Euclides conseguiu reunir didaticamente e expor o conhecimento geométrico da época dando assim o primeiro passo na história do pensamento matemático, bem como da organização da própria Matemática. Embora nenhuma descoberta lhe seja atribuída, Euclides foi responsável por sistematizar o conhecimento de Geometria de seu tempo, ordenando-o de forma a realizar em um sistema dedutivo (do todo para as partes), sendo este um trabalho notável. Ele tomou um pequeno número de conceitos geométricos simples e procurou demonstrar todos os demais como consequências lógicas desses primeiros, isto é, Euclides estabeleceu um sistema axiomático (lógico-dedutivo). “Os Elementos” de Euclides representam de um modo perfeito, o tipo de Geometria que dominou as ciências durante todo o período compreendido entre a Antiguidade e a Idade Moderna (ver Apêndice I).

A evolução histórica da Geometria leva-nos a dois tipos de escolas: a escola da atividade geométrica enquanto constatação empírica, interpretando o mundo concreto através das formas e a escola da atividade geométrica enquanto experiência racional de dedução, visando em última instância, a demonstração (EVES, 1992; CÂMARA, 1999). A abordagem da Geometria feita por Euclides dominou o ensino deste campo da Matemática por mais de dois mil anos, sendo o método axiomático, por ele empregado, a base do que hoje chamamos "Matemática

Pura" (GREEMBERG, 1980). O método axiomático de Euclides teve enorme sucesso não só na Matemática, mas também nos diversos campos do conhecimento.

Após os gregos, a primeira grande mudança foi efetuada por René de Descartes. Em "A Geometria" de seu "Discurso do Método", Descartes introduziu as ideias básicas do que veio a ser posteriormente conhecido por "Geometria Analítica". Descartes, neste trabalho, utilizou-se da substituição dos pontos de um plano por pares de números e as curvas por equações. As propriedades das curvas foram substituídas pelo estudo das propriedades algébricas das equações correspondentes, assim "reduzindo" a Geometria à Álgebra.

Meio século após a Geometria de Descartes, Newton e Leibniz, de forma independente, criam o Cálculo Diferencial que deu à Geometria Analítica um alcance que Descartes não tinha visto. "Dois mil anos após Euclides, a Geometria será para Newton o modelo para toda construção de uma Teoria Científica e os seus *Principia* inspirando-se neste modelo" (PIAGET & GARCIA, 1987, p.91).

Segundo Crescenti (2006) utilizando na escolaridade básica a aplicação da Geometria nos diferentes campos da vida humana, pode ser possível ensinar os conteúdos dessa área do conhecimento de forma mais significativa para o aluno e não apenas apresentar-lhes um corpo teórico de axiomas, propriedades e teoremas distantes da realidade, embora aprender os aspectos teóricos e axiomáticos também seja importante. Nesse sentido, o ensino da Matemática no Brasil passou por mudanças que muito tem dificultado as relações de ensino aprendizagem. Para este trabalho vale ressaltar os anos 60 e 70, devida a forte influência de um movimento chamado de Matemática Moderna: o ensino da Matemática passou por algumas transformações que aproximou o ensino da Matemática escolar à Matemática pura, priorizando o pensamento científico e tecnológico, unificando assim as diferentes áreas da Matemática - Aritmética, Álgebra e Geometria. Porém não se previu a grande dificuldade que haveria de se abstrair uma Matemática que não mais advinha das necessidades humanas, mas sim pelo seu pensamento lógico, principalmente nos anos iniciais os quais o lidar com o lúdico e o concreto se faz altamente necessário. Todavia esta unificação pensada como alternativa para o ensino da Geometria acabou por trazer outros problemas que para Crescenti (2006) "a Geometria tem sido relegada a segundo plano em virtude de os professores virem se rendendo a uma sequência fixa de conteúdos matemáticos, dando mais ênfase à

Aritmética e à Álgebra, ficando a Geometria como último tema a ser ensinado, o que, em virtude da falta de tempo, acaba sendo feito de maneira superficial ou nem ocorrendo”. Assim, um dos meios de suma importância à compreensão de mundo pelos estudantes, foi aos poucos sendo deixado de lado e assim a Geometria não tinha mais espaço a tamanhas teorias a serem ensinadas.

Esse movimento fez com que alguns professores da educação básica, comessem a restringir o conhecimento matemático apenas ao que se relaciona com números: quantificação, registro, operações, propriedades, ou seja, ao campo da Matemática conhecido como Aritmética. Esse movimento que perdurou por alguns anos, andava na contramão do que muitos pensadores tinham como foco de ensino. A partir da constatação da inadequação de alguns de seus princípios e das distorções ocorridas em sua implantação, novas ideias e questionamentos foram surgindo até que a resolução de problemas foi apresentada como foco do ensino da Matemática nos anos 80.

A partir deste momento muitas ideias serviram como base a reformas que aconteceram mundialmente e existiam vários pontos comuns a elas tais como:

- direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;
- importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
- ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;
- importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;
- necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação.

Todavia o movimento da Matemática moderna foi muito forte e vinculado, principalmente, ao livro didático que acabara por ser o único material de apoio aos professores. Nesse sentido muitos deles ou acabava por deixar assuntos como

Geometria que vinham no fim do livro para depois, ou simplesmente não o aplicavam por falta de tempo. Segundo Lorenzato (1995) a Geometria esteve ausente ou quase ausente na sala de aula devido a vários fatores, mas um dos motivos destacados por esse autor é que muitos professores não possuem os conhecimentos necessários sobre Geometria, para que possam ensiná-la:

Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la (LORENZATO, 1995, p. 3).

Nesse sentido, Vitti (1999, p.20) coloca outra questão importante: se os entes matemáticos continuam sendo ensinados aos alunos “sem nenhum compromisso com as necessidades dos homens”, não comunicando “nenhuma mensagem” ou não conduzindo à “verdadeira finalidade da Matemática, por que ainda continuam sendo ensinados?”.

Desta forma este trabalho tem por objetivo contribuir para a melhoria do ensino da Geometria, utilizando-se a Astronomia, como uma necessidade real para a evolução humana, mostrando através de fatos históricos o quanto estas ciências contribuíram para a humanidade.

Com esse breve resgate histórico, procuramos evidenciar que o conhecimento matemático envolve muito mais do que os números e que a Geometria deve fazer parte do currículo da Educação Básica. A Geometria deve ser ensinada tomando como fator primordial as necessidades humanas vividas historicamente e, nada mais concretas, que as contribuições geométricas à Astronomia, que foi um fator significativo para a formulação de hipóteses sobre o mundo em que vivemos e a compreensão de nosso Universo.

1.1- Práticas pedagógicas no ensino de Geometria e a Astronomia e os PCN

Vários são os problemas no ensino e na aprendizagem da Geometria os quais fazem dela algo secundário ou até mesmo deixado de ser ensinado, por mais que sua importância seja inquestionável. Problemas estes que vêm desde a dificuldade do profissional da educação em relacioná-lo com a realidade até mesmo a motivação dos estudantes que vêem a Matemática com algo difícil e que poucos podem compreendê-la (FERREIRA, 1998, p.20). Diante desta realidade, o papel da motivação e da correlação com o concreto no ensino da Geometria torna-se essencial para a aprendizagem dos alunos e sendo assim nada melhor do que utilizar a Astronomia como meio motivacional para uma melhor compreensão da Geometria tendo em vista que a Astronomia por si só já denota curiosidade pelos estudantes.

Autores afirmam a importância de rever-se as práticas pedagógicas dos professores criando-se em sala de aula momentos de troca de ideias, construindo conhecimento, redescobrimos saberes, propiciando ao aluno prazer em aprender.

Segundo Fainguelernt:

O ensino da Geometria não pode ser reduzido à mera aplicação de fórmulas e de resultados estabelecidos por alguns teoremas, sem a preocupação da descoberta de caminhos para sua demonstração, como também para dedução de suas fórmulas (1995, p. 46).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998), os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, pois, por meio deste, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender e representar o mundo em que vive. Este saber, se trabalhado a partir do mundo físico, permite ao aluno fazer conexões entre a Matemática e outras áreas de conhecimento.

Ainda segundo os PCN a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pode ser resumida nos seguintes princípios:

- i) a situação-problema é o ponto de partida da atividade Matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- ii) o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
- iii) aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
- iv) um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em um problema particular;
- v) a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e “atitudes matemáticas”.

É nesse sentido que a Astronomia aparece como um forte ente motivador ao ensino da Geometria. A curiosidade pelo desconhecido, os mitos e crenças humanas muitas vezes com explicações baseadas na religião despertam no estudante, desde o ensino infantil, uma forte motivação para adquirir novos conhecimentos sobre o Cosmos. E este interesse é facilmente despertado pelo professor trazendo aos estudantes um pouco da história da Matemática associando à prática da Astronomia já que o professor é responsável pelo que o aluno vai aprender ou deixar de aprender, pois é ele quem escolhe quais os assuntos que serão enfatizados. Mesmo que os PCN orientem sobre quais conteúdos devem ser trabalhados em cada série/ano sabemos que em virtude do tempo disponível nem sempre se pode trabalhar tudo o que está previsto.

Muniz (2004) destaca a ideia de que só se aprende Geometria agindo-se sobre ela, que o aluno precisa construir seus conceitos através do fazer, sendo agente ativo. O professor deve seguir a lógica do “olhar o mundo e agir sobre ele”, privilegiando o espaço a ser explorado, ter momentos de prazer na Geometria que deve ir além das quatro paredes, do livro didático e do quadro negro. Precisa dar oportunidades para que o aluno se desenvolva e produza seus próprios conceitos, dando significado à sua aprendizagem.

A utilização de agentes motivadores no ensino não só da Geometria, mas de muitas outras áreas da Matemática como Aritmética, por exemplo, auxiliaria em muito na compreensão Matemática do estudante. As distâncias entre os astros, a conversão de unidades de medidas, a previsão de eclipses, a posição de corpos celestes e os termos latitude e longitude, por exemplo, podem auxiliar uma melhor compreensão do estudo de notações científicas e de operações básicas, principalmente em multiplicações e divisões, e, sendo assim, quando a atividade nos causa prazer ao realizá-la facilita-nos o entendimento dos objetivos estipulados.

Por se tratar de entes altamente teóricos de difícil compreensão para os estudantes e muitas vezes perpetuados pelos professores, que muitas vezes desconhecem o princípio do uso da Geometria como ciência e facilitadora das mais diversas dificuldades humanas. Muitos dos estudantes acabam por não gostar da disciplina pelo simples fato de não compreenderem. Para Thomaz (1999) “a Matemática é uma disciplina que se destaca em relação às outras, muito mais pela dificuldade que representa para muitos alunos do que pela sua importância enquanto área de conhecimento. Dificuldade entendida como algo complexo, complicado, custoso de entender e de fazer”. Esta dificuldade ainda se intensifica como mostra Tatto e Escapin (2003) que dizem que “uma criança que antes de entrar na escola, sempre ouviu seus pais e irmãos comentarem que a Matemática é difícil, e que não gostam dela, mentalizam isso e quando tem seus primeiros contatos com a matéria e encontram dificuldades em algum conteúdo ela passa a acreditar nas opiniões dos pais e irmãos e assim passam a não gostar da disciplina assim como seus familiares”.

Sendo assim a Matemática trabalhada de forma teórica acaba por dificultar a aprendizagem, por não apresentar características concretas especialmente no caso da Geometria. Para desenvolver características do pensar geométrico devemos

trabalhar o quanto antes, para que a partir das experiências positivas crianças e jovens possam adquirir gosto pela Geometria.

Para finalizar, Lorenzato afirma:

“Em termos de prática pedagógica, as crianças devem realizar inúmeras experiências ora com o próprio corpo, ora com objetos e ora com imagens; para favorecer o desenvolvimento do senso espacial das crianças é preciso oferecer situações onde elas visualizem, comparem e desenhem formas: é o momento do dobrar, recortar, moldar, deformar, montar, fazer sombras, decompor, esticar... para, em seguida, relatar e desenhar, é uma etapa que pode parecer mero passatempo, porém é de fundamental importância” (1995, p. 8).

É neste contexto que embasamos nosso trabalho.

CAPÍTULO 2 – METODOLOGIA

Neste capítulo apresentaremos como o trabalho foi desenvolvido bem como a sua organização. Foi utilizado como referencial teórico para este trabalho a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel (1982) que traz a ideia de conhecimentos prévios como fator primordial para sua aprendizagem ratificada por Zabala (1998). Ausubel mostra que para que se possam adquirir novos conhecimentos de forma significativa é necessário que se modifique a forma como se dá o conhecimento em sua mente, reconfigurando e ampliando as ideias para que com isso possam fazer relações e assim adquirir estes novos conhecimentos. Para que o estudante aprenda, não basta apresentar-lhe o conteúdo. Segundo Zabala (1998, p.37) “[...] é necessário que, diante destes, possam atualizar seus esquemas de conhecimento, compará-los com o que é novo, identificar semelhanças e diferenças e integrá-las em seus esquemas, comprovar que o resultado tem certa coerência etc.”. Neste caso, este acontecimento se caracteriza para o estudante como aprendizagem significativa. Ausubel afirma ainda que a aprendizagem significativa ocorre somente quando o aluno é capaz de perceber que os conhecimentos escolares são úteis para sua vida fora da escola. Assim, estar atento e refletir, sobre as questões relativas à como ajudar os estudantes são de suma importância para sua aprendizagem e sua vida em sociedade.

Para um melhor conhecimento da situação dos estudantes foram retirados os dados referentes às notas de Matemática na primeira unidade letiva e comparadas com as do ano anterior. Neste momento foram separadas as notas em intervalos da seguinte forma:

0 – 2	péssimo	vermelho
2 – 4	ruim	amarelo
4 – 6	regular	laranja
6 – 8	bom	azul
8 – 10	ótimo	verde

Em seguida foi utilizada uma Sequência Didática que segundo Kobashigawa et al. (2008), a Sequência Didática é um “conjunto de atividades, estratégias e

intervenções planejadas que objetivam o entendimento sobre certo conteúdo ou tema”.

Objetivando uma melhor compreensão do conteúdo estudado, mas não compreendido em sua totalidade, tomamos como referência a Sequência Didática apresentada pelo livro Bahia, Brasil – Vida, Natureza e Sociedade que mostra esse método como uma forma ideal para realização de uma intervenção com foco na aprendizagem dos estudantes. A autora define Sequência Didática como “uma estratégia para formar unidades fundamentais de um ensino que visa a aprendizagem significativa” (ANDRADE, 2014, p. 27). Ao planejá-la, tivemos o cuidado de começar por uma atividade simples até chegar às mais complexas. Sendo assim, ela foi elaborada de modo a respeitar os graus de dificuldade que os estudantes irão encontrar nas tarefas, tornando possível sua superação.

O uso da Sequência Didática como estratégia de ensino foi realizada visando à aprendizagem significativa. Dolz e Schneuwly (2004) defendem que as sequências didáticas são instrumentos que podem nortear os professores na condução das aulas e no planejamento das intervenções. Além disso, os autores entendem que a sequência de atividades deve permitir a transformação gradual das capacidades iniciais dos alunos. As atividades podem ser concebidas com base no que os alunos já sabem e, a cada etapa, aumentar o grau de dificuldade, ampliando a capacidade desses estudantes.

Esta Sequência Didática foi dividida em 4 Etapas. Cada etapa contribuiu no resgate dos conhecimentos geométricos adquiridos pelos estudantes ao longo de sua vida escolar bem como a reconstrução da utilização do entendimento geométrico às situações concretas na resolução de problemas:

1ª Etapa - Identificação do Problema

Nesta etapa busca-se identificar o problema através da utilização das notas dos testes realizados pelo professor como sondagem além da aplicação de um teste com intuito de verificar o conhecimento básico dos estudantes sobre Astronomia e sua correlação com o conhecimento geométrico.

2ª Etapa – Exploração do Conceito

Nesta etapa, através da utilização de recursos e metodologias como aulas expositivas, buscou-se resgatar e apresentar a Geometria de forma contextualizada e concreta, lembrando entes geométricos usados no cálculo de questões geométricas que são necessários à compreensão dos métodos utilizados pelos antepassados nas descobertas astronômicas.

3ª Etapa – Aplicação da Geometria na Astronomia (Solução de problemas)

Nesta etapa buscou-se apresentar a Geometria potencializada pela Astronomia através de situações geométricas aplicadas às descobertas astronômicas de forma que os estudantes pudessem criar um modelo de Universo, medir o raio da Terra, o raio da Lua, as distâncias Terra - Lua e Terra – Sol, através de comparações e conhecimentos de propriedades do círculo e de triângulos mostrando o quanto a Geometria básica esteve presente nas grandes descobertas do nosso Universo, suas contribuições e, principalmente, o quanto esta ciência esteve presente e aplicada às situações concretas vividas por nossos antepassados.

4ª Etapa - Consolidação da Aprendizagem (Avaliação)

Nesta quarta e última etapa do projeto foi realizada uma avaliação final que permitiu verificar que a abordagem utilizada contribuiu muito no entendimento dos conceitos geométricos melhorando o rendimento dos estudantes, porém muitas são as dificuldades na resolução de cálculos matemáticos básicos por boa parte dos estudantes o que muitas vezes impacta diretamente nas notas baixas.

CAPÍTULO 3 - DESCRIÇÃO DO TRABALHO DESENVOLVIDO EM SALA DE AULA

Após ser detectado o problema de baixas notas dos estudantes, foi realizada uma sondagem para detectar os conhecimentos geométricos ligados à Astronomia (ver Apêndice II). Em seguida foi dado início à aplicação do produto final deste trabalho, uma Sequência Didática, como forma de melhorar a compreensão dos estudantes a cerca do tema promovendo aprendizagem significativa. Desta forma, este trabalho teve como objetivo resgatar os conhecimentos geométricos dos estudantes e fazer uma conexão entre os conhecimentos geométricos e os fatos astronômicos que foram utilizados pela sociedade, conhecidos como fatos históricos. A seguir encontram-se as fases da pesquisa.

1ª FASE: IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA

As dificuldades enfrentadas pelos estudantes da Terceira Série do Curso Técnico em Agropecuária durante o processo de aprendizagem na primeira unidade letiva do Centro Territorial de Educação Profissional da Chapada Diamantina nos anos de 2014 e 2015 tiveram reflexo direto nas notas obtidas por estes estudantes. Ficou clara uma grande deficiência entre a relação de ensino aprendizagem por estes estudantes visto que mesmo se trabalhando com situações problemas não se conseguiu obter os resultados significativos na aprendizagem reproduzidos em forma de nota. Conforme o Gráfico 1, quase 70% dos estudantes em 2014 tiveram nota abaixo de 4,0 pontos o que mostra que os estudantes não tiveram aprendizagem ou não conseguiram reproduzir a aprendizagem ao resolver as questões avaliativas.

Notas em Matemática I Unidade 2014

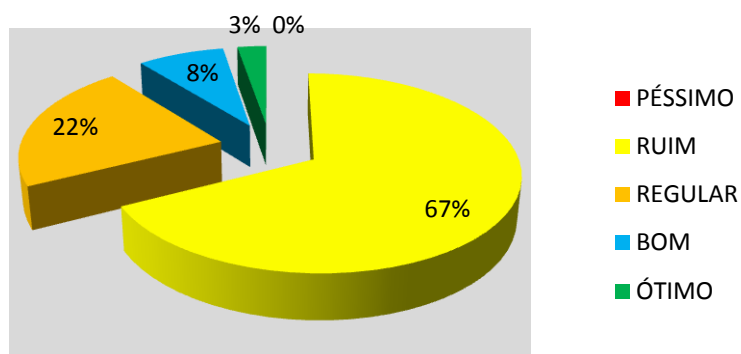


Gráfico 1 – Notas de Matemática – I Unidade de 2014

Este resultado não foi diferente para o ano de 2015 e acabou sendo um pouco pior, já que 72% dos estudantes tiveram notas abaixo de 4,0 pontos o que torna o resultado bastante preocupante diante da reprovação (Gráfico 2).

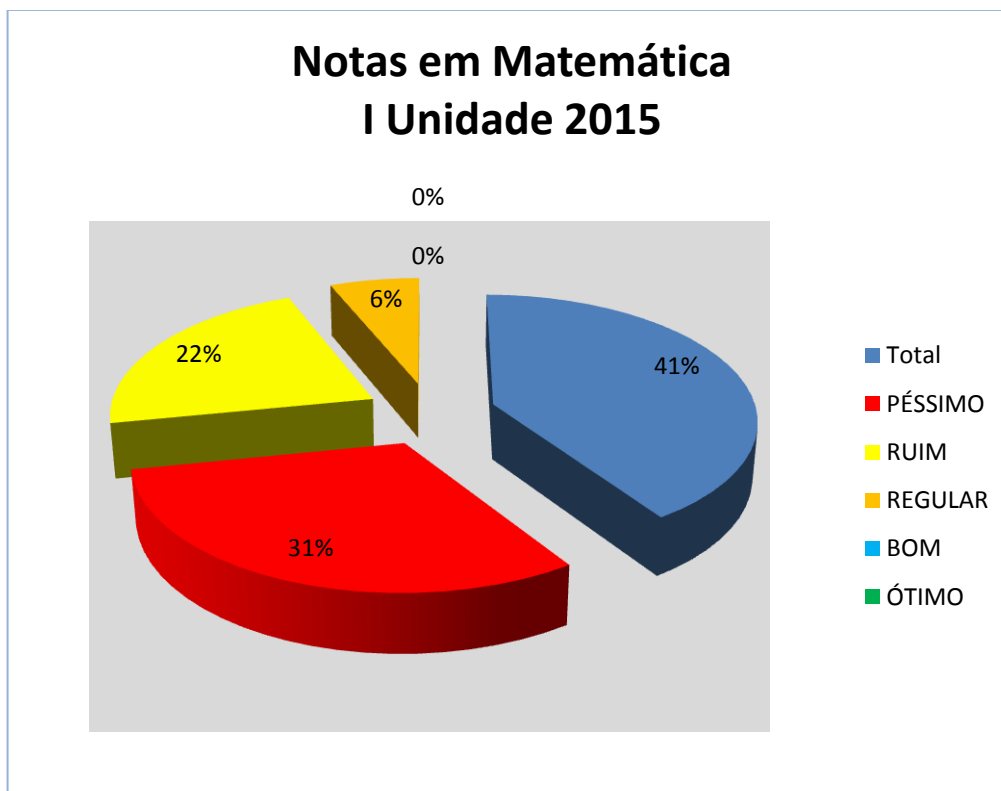


Gráfico 2 – Notas de Matemática – I Unidade de 2015

A partir deste problema detectado e utilizando-se as avaliações de 2015 como “levantamento de conhecimentos prévios” para o assunto abordado “Noções de Geometria/Iniciação a Trigonometria”, foi desenvolvida a seguinte Sequência Didática mostrada pela ficha técnica abaixo:

FICHA TÉCNICA: GEOMETRIA E ASTRONOMIA		
TEMA:	CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS	
SINOPSE E OBJETIVOS:	Esta Sequência Didática visa sondar, resgatar e aprimorar os conhecimentos geométricos apreendidos no ensino fundamental e na primeira Unidade letiva do ano de 2015, através de atividade que relacionam Geometria e Astronomia a fatos históricos reais mostrando o quanto a Geometria foi utilizada para a solução de questões na Astronomia com objetivo de obter uma melhor compreensão do conteúdo estudado, mas não compreendido em sua totalidade.	
Exemplos do PCN relacionados	Matemática - Análise, interpretação, formulação e resolução de situações problema; - Estabelecer conversões entre algumas unidades de medida mais usuais em resolução de situações-problema; - Reconhecer que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e que eventualmente diferentes operações podem resolver um mesmo problema. Ciências - Reconhecimento da organização estrutural da Terra; - valorização do conhecimento historicamente acumulado considerando o papel das tecnologias e o embate de ideias nos principais eventos da história da Astronomia até os dias de hoje.	
Duração:	6 aulas	
Conteúdos Propostos	Factuais:	Relacionar descobertas astronômicas ao pensamento da época
	Conceituais:	Geometria de forma concreta aplicada à questões de Astronomia
	Procedimentais:	Identificar os entes geométricos presentes através da utilização das dobraduras propostas na atividade
	Atitudinais	Cooperar com o grupo no cumprimento das tarefas individuais e coletiva
Expectativa de Aprendizagem	- Observar, descrever, interpretar e relacionar elementos geométricos presentes na atividade de dobradura; - Resgatar nomenclaturas e comportamentos dos entes geométricos e suas características; - Compreender a utilização da Geometria em problemas astronômicos.	
Recursos	Piloto, papel Sulfite, régua, lápis, caneta, tesoura.	
Palavra-Chave	Geometria; dobradura	

2ª FASE: EXPLORAÇÃO DO CONCEITO

Através de uma folha de papel sulfite (A4) foi estabelecida relações e foram reconhecidos alguns entes geométricos como: ângulos, reta, bissetriz, diagonal, altura, além de reconhecer as figuras geométricas e suas relações e características: quadrado, retângulo, triângulo, semelhança e congruência entre triângulos. Esta fase foi dividida em etapas (1 a 4), as quais passo a passo foram sendo realizadas.

Etapa 1: Reconhecimento da folha de papel sulfite (A4) como um retângulo e sendo assim possuir como características primordiais 4 (quatro) lados, 4 ângulos retos, 4 vértices e assim estabelecemos uma relação entre o quadrado e o retângulo como o quadrado sendo uma situação particular do retângulo.

Etapa 2: Após observados os entes geométricos no retângulo foi solicitada a dobradura do papel de forma a se obter uma diagonal, ou seja, solicitamos que fosse feito uma dobra ligando-se os lados opostos (não adjacentes). Alguns alunos conseguiram realizar a atividade, mas muitos tiveram dificuldade e em vez de dobrar a folha e traçar uma diagonal foi formado um X na folha (Ilustração III). Desta forma solicitamos que fosse realizada a atividade de forma diferente. Foi solicitado que fosse traçada, utilizando-se da régua e caneta, uma diagonal na folha ligando os lados não adjacentes do retângulo. Foi solicitada a observação da formação de dois triângulos. Foi solicitado que fosse verificada a relação entre a área do retângulo e a do triângulo. Após a marcação foi solicitada a dobradura da folha de papel nesta diagonal.



Ilustração I – Dobradura na folha A4 para obter uma diagonal.



Ilustração II – Dobradura na folha A4 para obter uma diagonal.



Ilustração III – Erro no procedimento de dobradura da diagonal
(Alguns estudantes juntaram as pontas da folha obtendo um X na
folha.)

Etapa 3: Após a dobradura e a visualização e percepção dos entes geométricos associados foi solicitado o corte desta folha exatamente na diagonal formada na folha obtendo-se assim dois triângulos retângulos. Através dos triângulos retângulos foi visualizado por todos as características principais dos triângulos retângulos, 3 (três) lados, 3 vértices, 3 ângulos em que 1 (um) destes ângulos é reto e os outros são agudos. Foi visualizado o conceito de altura e que no caso especial do triângulo retângulo a altura se confunde com um dos lados.



Ilustração IV – Recorte da folha na diagonal obtendo-se dois triângulos retângulos.



Ilustração V – Verificação da formação de dois triângulos retângulos idênticos (ao dividir a folha cortando-se na diagonal - reconhecimento das características do triângulo retângulo).

Etapa 4: Para uma melhor compreensão das relações trigonométricas no triângulo retângulo foi solicitado que fosse escolhido o cateto maior dos triângulos como base deste triângulo, e desta forma fosse traçado um segmento de reta paralelo à altura deste triângulo e perpendicular à base que passasse pelo ponto médio da base, ou seja, uma mediatriz relativa à base do triângulo. Após deixar que os estudantes escolhessem uma estratégia para se traçar tal segmento foi apresentada uma forma simples juntando-se os vértices da base e dobrando o retângulo. Em seguida foi realizada a marcação e o corte neste segmento. Após este procedimento foi realizada uma comparação entre os triângulos mostrando o que seriam os catetos e a hipotenusa do triângulo retângulo e desta forma foi mostrado que os triângulos resultantes das dobraduras e cortes, apesar de tamanhos diferentes, apresentavam uma relação entre os lados e que independente do “tamanho” esta relação se mantinha. Foi inserido assim o conceito de seno, cosseno, tangente e também das relações inversas cossecante, secante e cotangente.



Ilustração VI - Reconhecimento dos triângulos semelhantes
(para visualizar a relação entre seus lados).



Ilustração VII - Identificação de como se dá as relações trigonométricas nos triângulos retângulos semelhantes.

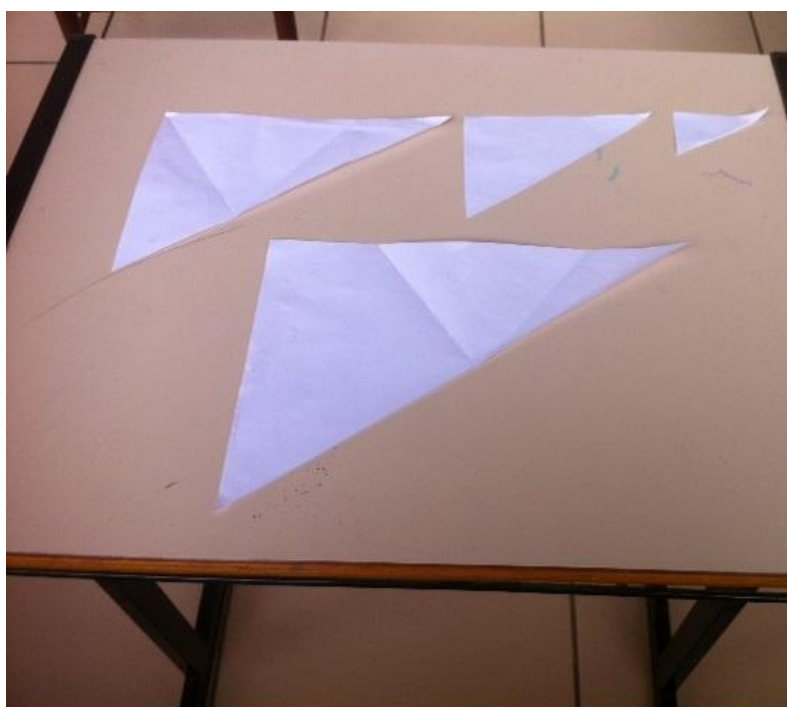


Ilustração VIII – Obtenção de triângulos semelhantes.

Desta forma através de cortes e dobraduras foi revisto e aprimorado os conceitos geométricos e principalmente visualizadas as relações trigonométricas através dos triângulos retângulos formados.

3ª FASE: APLICAÇÃO DA GEOMETRIA NA ASTRONOMIA

Nesta fase foi realizada de forma expositiva a inserção de atividades geométricas associadas a fatos astronômicos de forma a garantir um contato prévio entre as relações existentes entre Geometria e Astronomia.

Conteúdos abordados:

- ✓ Medida do Raio da Terra – Cálculo de Eratóstenes;
- ✓ Medida do Raio da Lua – Método de Aristarco;
- ✓ Distância Terra – Lua – Diâmetro Angular e Paralaxe; e
- ✓ Distância Terra – Sol – Método de Aristarco.

Desta forma, de maneira expositiva, foi apresentado aos estudantes, além da conexão histórica atrelada ao evento mencionado, o pensamento e os cálculos realizados à época.

Medida do Raio da Terra: Cálculo de Eratóstenes

O primeiro cálculo, baseado em métodos geométricos, foi obra de Eratóstenes de Alexandria por volta de 230 A.C. Através de observações, era sabido que ao meio-dia quando o Sol se encontrava mais ao norte, solstício de inverno para nós habitantes do hemisfério sul, os raios solares caíam verticalmente e iluminavam o fundo de poços situados em Siena (logo os raios solares incidiam perpendicularmente) de modo que podia ser vista a imagem do Sol refletida nesses poços e que à mesma hora em Alexandria, os raios solares caíam inclinadamente e sendo assim projetava uma sombra por uma vara que permitia (a partir do comprimento da sombra e da altura da vara) calcular a inclinação dos raios solares. Eratóstenes mediu um ângulo correspondente à quinquagésima parte da circunferência, ou seja, o ângulo medido era aproximadamente 1/50 parte da circunferência completa que é 360 °, o que lhe deu como resultado 7,2°. Como os raios solares são praticamente paralelos, isso significa que o ângulo central também mede 7,2° pelo Teorema de Tales. Utilizando-se da proporcionalidade entre arcos e chamando de p o perímetro da Terra e de s a distância de Alexandria até Siena então:

$$\frac{p}{s} = \frac{360^\circ}{7,2^\circ} \rightarrow p = \frac{360^\circ}{7,2^\circ} \cdot s.$$

Como era sabido que a distância de Alexandria até Siena era de aproximadamente 5000 estádios (unidade de medida da época em que 1 estádio correspondia a 157,5 m, ou seja, 0,1575 km) então:

$$p = 50 \times 5.000 = 250.000 \text{estádios} = 250.000 \times 0,1575 \text{km} = 39.375 \text{km}$$

Considerando a Terra como esférica e sendo assim tomando-se como base o perímetro da circunferência $C = 2\pi r$, então:

$$r = \frac{C}{2\pi} = \frac{39375}{2 \cdot 3,14 \dots} \cong 6270 \text{km}$$

Atualmente o raio médio da Terra adotado está em 6.378 km. O valor obtido por Erastóstenes difere do atual menos de 1,6% o que é notável.

Medida do Raio da Lua: Método de Aristarco

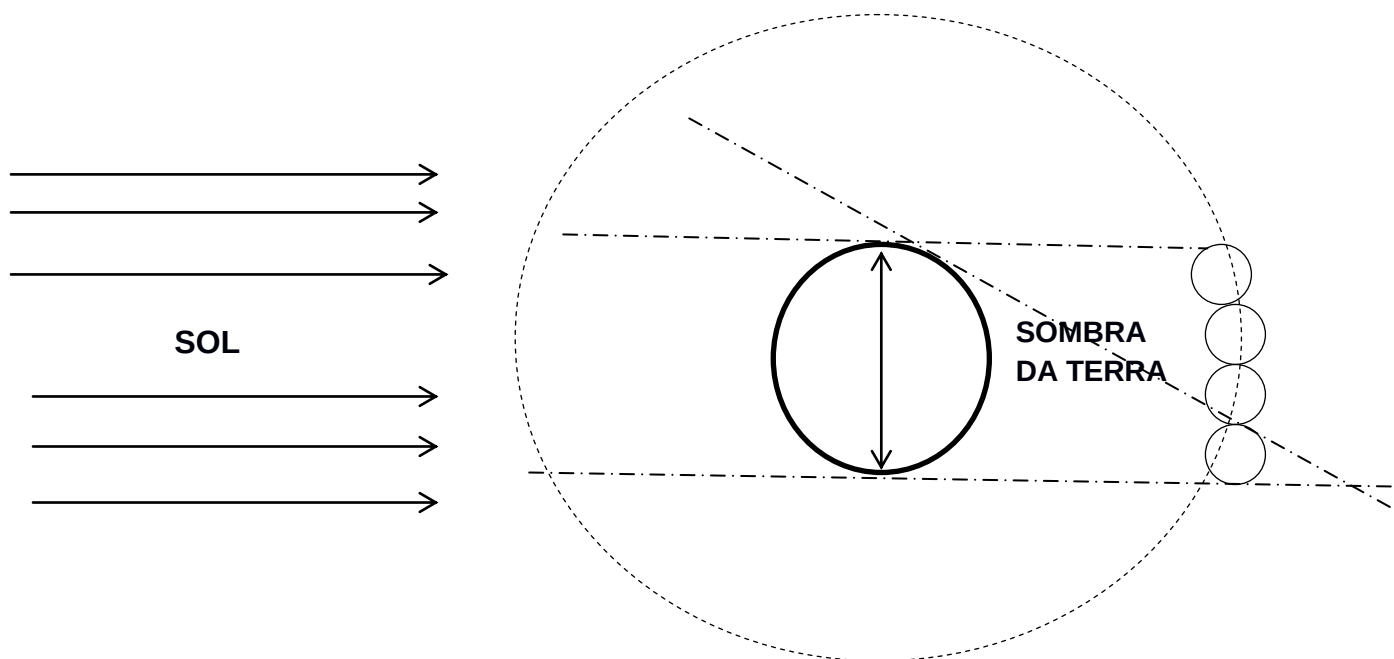


Figura 1 – Geometria do Eclipse Lunar: Projeção do cone de sombra da Terra sobre a Lua (medida do Raio da Lua pelo Método de Aristarco)

Partindo do raio da Terra, Aristarco de Samos, de uma forma simples e engenhosa, combinando Geometria com observação, calculou a distância entre os dois astros, da seguinte maneira:

Aproveitando um eclipse lunar e, como era sabido à época, que o Sol está consideravelmente mais longe da Terra que a Lua e considerando que o cone de sombra projetado pela Terra sobre a Lua é praticamente cilíndrico, já que a Lua para atravessá-lo terá de percorrer uma distância igual ao diâmetro da Terra, constatou-se que o tempo gasto para mergulhar-se completamente na sombra, é 1/4 do tempo gasto para atravessar o cilindro de sombra, de onde concluiu que o diâmetro da Lua mediria 1/4 do diâmetro da Terra e assim, conseqüentemente, seus raios também (Figura 1). Naquela época era estimado o raio da Terra em 6.320 km, logo:

$$R_L = \frac{R_T}{4} = \frac{6320}{4} km = 1580 km \text{ (raio da Lua)}$$

Distância Terra - Lua: Diâmetro Angular e Paralaxe

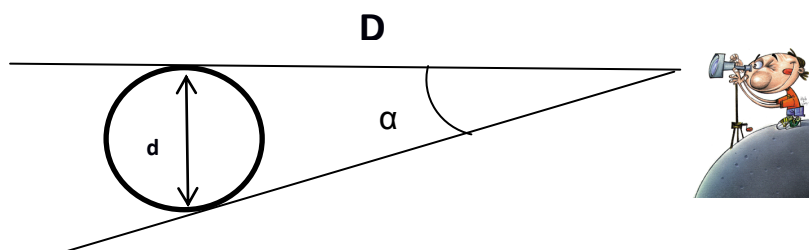
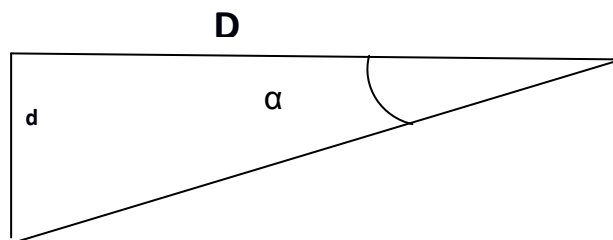


Figura 2 – Geometria da visualização da Lua através de um observador na Terra (distância Terra-Lua: diâmetro angular e paralaxe)

Sabendo-se que para um observador na Terra ver o disco da Lua a um ângulo de 30' (Figura 2), o mesmo deveria ter um afastamento 120 vezes o seu diâmetro, obtém-se:

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{d}{d \cdot 120} & \tan \alpha &= \frac{1}{120} & \alpha &= \tan^{-1} \frac{1}{120} \\ & & \alpha &= 30' \end{aligned}$$

Logo, a distância D da Terra-Lua é dado por:



$$\tan \alpha = \frac{d}{D}$$

$$D = \frac{d}{\tan \alpha}$$

$$D = \frac{2 \cdot R_L}{1/120}$$

$$D = 2.120 \cdot R_L \quad D = 240.1580 \quad D = 379.200 \text{ km}$$

Distância Terra - Sol: Método de Aristarco

Através de observações dos eclipses lunares, Aristarco observou que existem duas posições da Lua, em sua órbita, quando o disco lunar apresenta-se para um observador terrestre, com metade iluminada e outra metade escura: “o quarto crescente” e o “quarto minguante” (Figura 03). Quando isso ocorre, o triângulo Terra-Lua-Sol é retângulo em L (Figura 04).

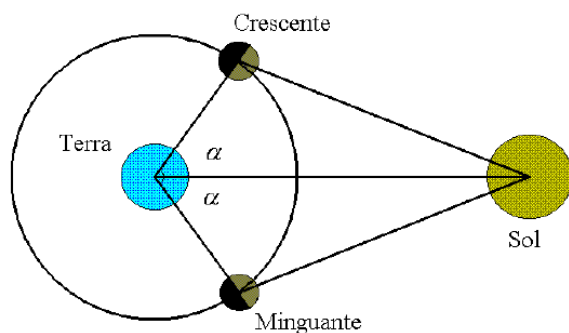


Figura 3 – Geometria do Eclipse Lunar: Quarto-crescente e Quarto-minguante.

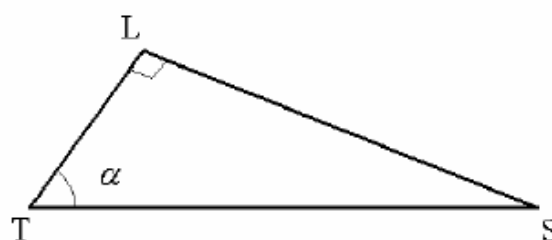


Figura 4 – Triângulo Terra-Lua-Sol

Para calcular-se o ângulo α (Figura 04) basta observarmos o tempo gasto pela Lua para completar uma volta em torno da Terra e o tempo da passagem de minguante para crescente. O ciclo lunar dura 29,5 dias e, ao que tudo indica, Aristarco teria observado que a passagem de minguante para crescente durava

14,25 dias. Admitindo uma velocidade uniforme da Lua em sua órbita, podemos escrever a proporção: $\frac{360^\circ}{2\alpha} = \frac{29,5}{14,25}$

$$\text{Assim: } 2\alpha = \frac{360^\circ \cdot 14,25}{29,5}, \text{ então: } \alpha = 86,95^\circ$$

Através da Figura 2 podemos observar que: $\cos\alpha = \frac{T_L}{T_S} = 0,05$

Assim $T_L = 0,05 \cdot T_S$, ou seja, $T_S = 20 \cdot T_L$. Assim a distância da Terra-Sol é 20 vezes maior que a distância Terra-Lua.

4ª FASE: AVALIAÇÃO

Nesta fase foi realizada a avaliação utilizando-se os seguintes critérios:

- ✓ Capacidade de interpretação do problema proposto;
- ✓ Interesse e a participação de cada estudante individualmente;
- ✓ Capacidade de dominar cálculos e operações;
- ✓ Desempenho na atividade proposta;
- ✓ Necessidade de auxílio de/ou interferência do professor;
- ✓ Socialização das conclusões.



Ilustração IX - Estudantes realizando a avaliação proposta na Sequência Didática (fotos de arquivo pessoal do autor).



CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DOS DADOS

Após realização deste trabalho de pesquisa com os estudantes do Curso Técnico em Agropecuária do Centro Territorial de Educação Profissional da Chapada Diamantina durante o ano de 2015 podemos concluir o quanto este trabalho foi produtivo tendo em vista o reflexo nas notas obtidas na avaliação final.

Durante a primeira etapa do trabalho foi identificado um problema recorrente com o ensino da disciplina Matemática já que em dois anos seguidos 2014 e 2015 as notas foram bem parecidas na primeira unidade de Matemática, a qual prevê o ensino da Geometria. Depois de detectado um índice de aproximadamente 70% de reprovação na disciplina foi introduzido um trabalho de resgate dos conhecimentos prévios de Geometria e Astronomia reforçando-os e no final foi realizado uma avaliação. Sobre os conhecimentos geométricos aplicados à Astronomia foi observado que muitos dos estudantes não conseguiram perceber o conhecimento geométrico que as antigas civilizações obtinham o que facilitou o cálculo de distância entre os astros. Pouco mais de 12% dos estudantes relacionaram o conhecimento da distância da Terra à Lua ao envio de foguetes à Lua, ou seja, para o estudante esta dado só foi conhecido a partir deste evento e aqueles que compreendiam o fato de esta medição estar atrelada ao conhecimento geométrico, não sabiam como isso acontecia.

Pouco mais de 20% dos estudantes conseguiram relacionar a medições de alturas dos objetos através (com o auxílio) da luz solar e só relataram como instrumentos utilizados para medir distâncias aqueles usados nos dias de hoje para pequenas distâncias ou eletrônicos, tais como: régua, corda, trena, GPS e fita métrica.

As Ilustrações X a XIV mostram as respostas dos estudantes com relação aos instrumentos conhecidos para medir distâncias e/ou o método utilizado para se medir grandes distâncias.

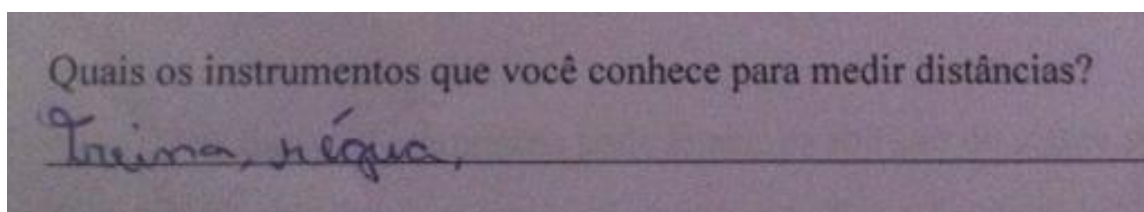


Ilustração X – Resposta do Estudante A sobre instrumentos conhecidos de medição de distâncias (apenas a trena e a régua).

Quais os instrumentos que você conhece para medir distâncias?

Fita métrica, trena, e as réguas

Qual o método ou instrumento que você acha que é utilizado ou foi utilizado no passado para medir grandes distâncias, como exemplo a distância da Terra a Lua?

O foguete.

Ilustração XI – Resposta do Estudante B sobre instrumentos de medição de distâncias e o método utilizado no passado para medir grandes distâncias (apenas a fita métrica, trena e régua, além de atrelar a medição de grandes distâncias ao uso de foguete).

Quais os instrumentos que você conhece para medir distâncias?

Trena, Fita métrica etc.

Qual o método ou instrumento que você acha que é utilizado ou foi utilizado no passado para medir grandes distâncias, como exemplo a distância da Terra a Lua?

O Foguete espacial

Ilustração XII – Resposta do Estudante C sobre instrumentos de medição de distâncias e o método utilizado no passado para medir grandes distâncias (relata conhecimento da trena e fita métrica como instrumentos para medição de distância e o foguete espacial como o instrumento para se medir grandes distâncias).

Quais os instrumentos que você conhece para medir distâncias?

Réguas, trena, baliza, fita métrica, GPS.

Qual o método ou instrumento que você acha que é utilizado ou foi utilizado no passado para medir grandes distâncias, como exemplo a distância da Terra a Lua?

Eu não sei mas acho que é o foguete

Ilustração XIII – Resposta do Estudante D sobre instrumentos de medição de distâncias e o método utilizado no passado para medir grandes distâncias (régua, trena, baliza, fita métrica e a tecnologia do GPS, além de ver a possibilidade do foguete ser o instrumento utilizado para cálculo da distância Terra – Lua).

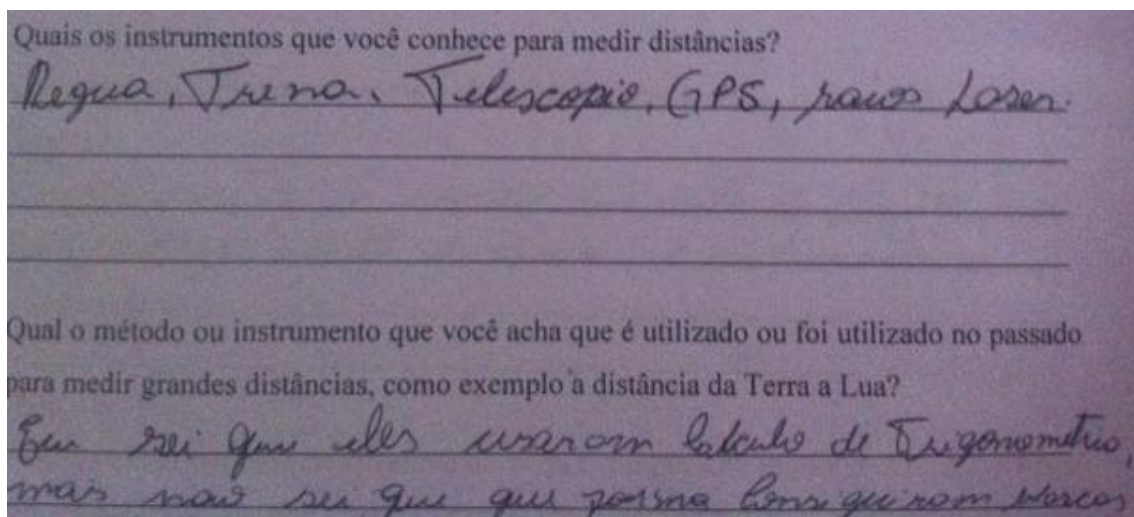


Ilustração XIV – Resposta do Estudante E sobre instrumentos de medição de distâncias e o método utilizado no passado para medir grandes distâncias (régua, trena, e algumas tecnologias mais atuais como o telescópio, o GPS e o raio laser.

Este estudante vê no cálculo trigonométrico a possibilidade do cálculo das distâncias astronômicas).

Nas Ilustrações XV a XIX temos as respostas de pouco mais de 20% dos estudantes que relacionaram as medições de alturas de objetos através da luz solar.

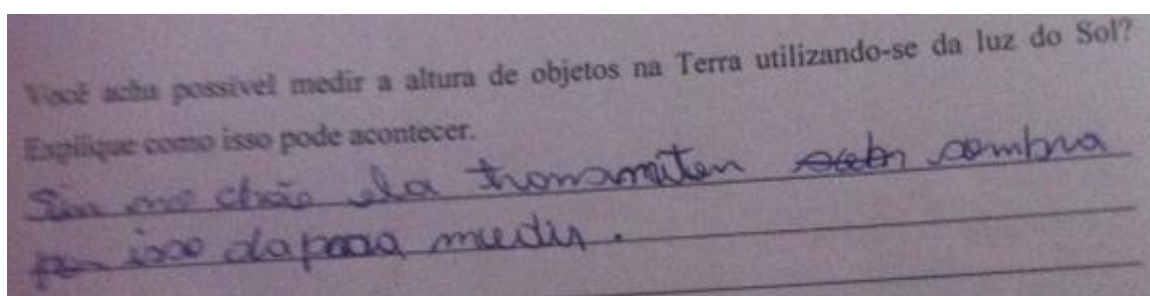


Ilustração XV – Resposta sobre a medição de alturas dos objetos através da luz solar.

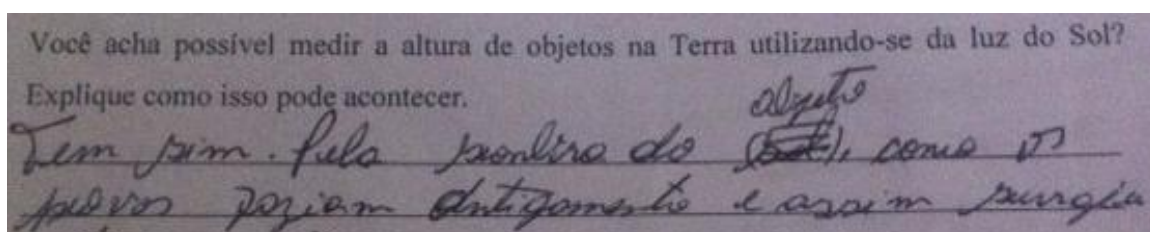


Ilustração XVI – Resposta sobre a medição de alturas dos objetos através da luz solar.

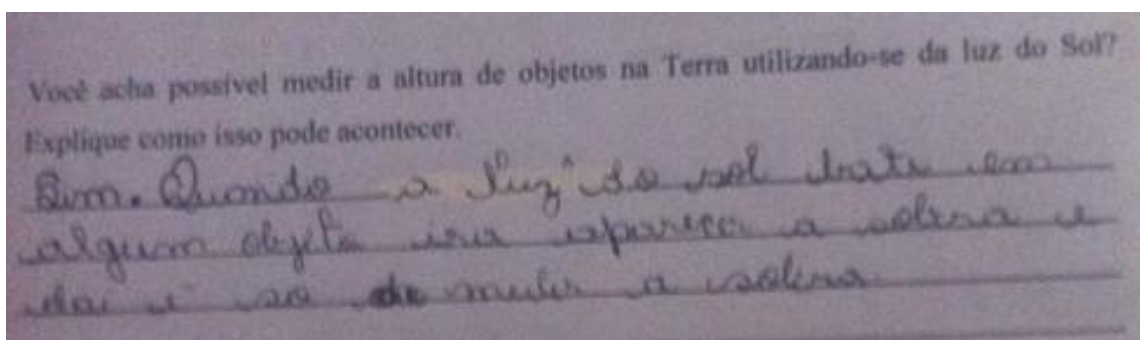


Ilustração XVII – Resposta sobre a medição de alturas dos objetos através da luz solar.

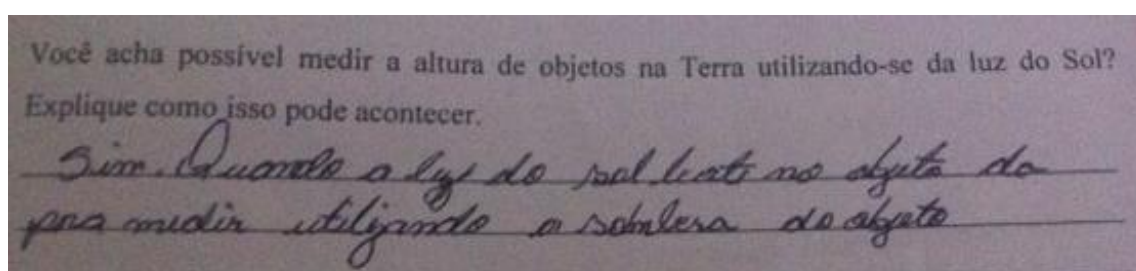


Ilustração XVIII – Resposta sobre a medição de alturas dos objetos através da luz solar.

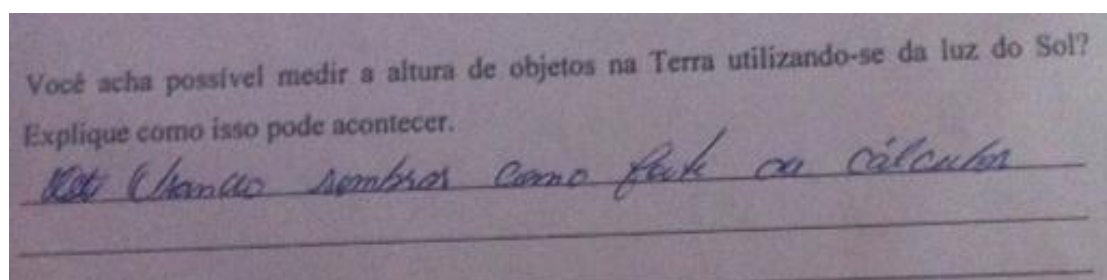


Ilustração XIX – Resposta sobre a medição de alturas dos objetos através da luz solar.

Foram observadas nos estudantes as dificuldades na realização de operações básicas como multiplicação e divisão e principalmente na resolução de equações simples geradas a partir de proporções e, sendo assim, mesmo entendendo o conteúdo e interpretando o problema proposto, relacionando Geometria com a Astronomia, ainda houve muita dificuldade em materializar o cálculo no papel (Ilustração XX).

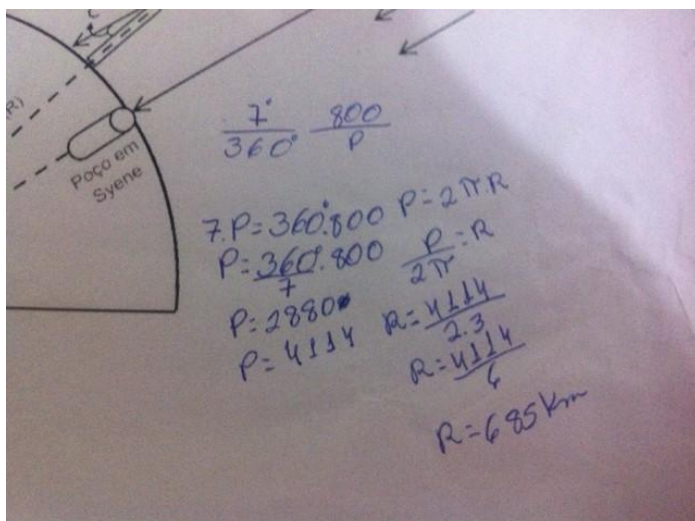


Ilustração XX – Dificuldade apresentada nas operações matemáticas básicas (estudante consegue montar a proporção, porém omite a divisão e multiplica de forma incorreta prejudicando o acerto final da questão).

Pôde-se observar também o empenho dos estudantes em resolver a atividade, tendo em vista que as questões utilizadas foram parecidas com as questões já realizadas pelos estudantes e que não haviam tido sucesso (Ilustração XXI).

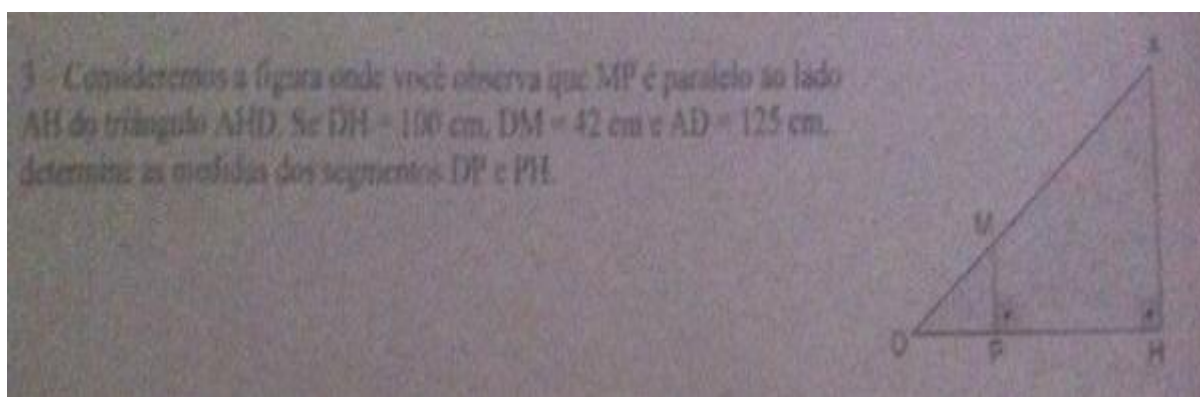


Ilustração XXI - Questão retirada da avaliação realizada na I Unidade Letiva (apenas 2 alunos conseguiram resolvê-la de forma correta).

Neste contexto, vale ressaltar que os critérios utilizados como forma de avaliação, tiveram uma certa influência no sucesso dos resultados.

Todavia a evolução foi bastante significativa. Dos 32 estudantes que realizaram a atividade 47% foram aprovados com notas superiores a 6 e ainda 28% ficaram na margem entre 4 e 6 pontos, como mostra o Gráfico 3, o que apesar de ser caracterizado como regular, dentro da margem a qual não caracterizamos como aprovação, quase 60% destes seriam aprovados (na avaliação, dos 12 estudantes que ficaram nesta margem entre 4 e 6, 7 tiveram nota maior do que ou igual a 5,0).

Resultado obtido após atividade

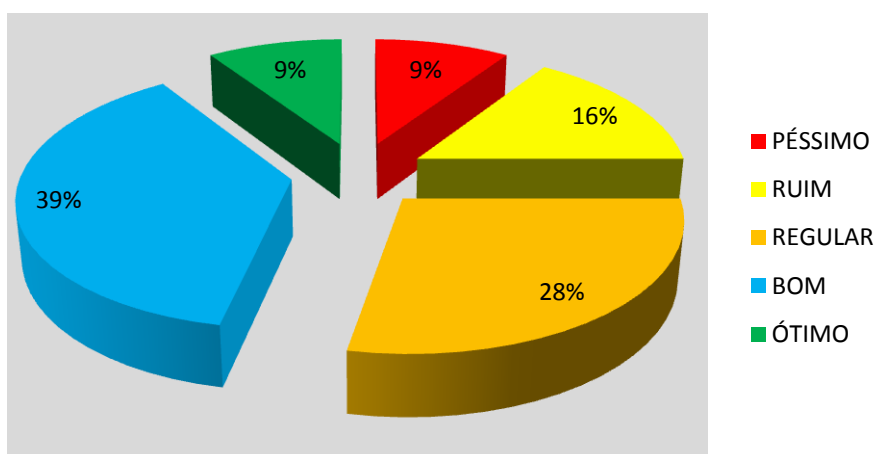


Gráfico 3 – Resultado obtido após atividade

Nesse sentido vale enfatizar que existem muitos problemas atrelados ao ensino/aprendizagem desde a falta de interesse dos estudantes até a dificuldade enfrentada pelos mesmos em realizar cálculos simples. Todavia se faz necessário que haja interferências diretas nos anos iniciais escolares no que diz respeito ao conhecimento mínimo de Matemática na habilidade de lidar com as operações básicas, bem como no conhecimento geométrico atrelado a um fato real e significativo de forma que o estudante possa ver uma aplicação para as aprendizagens geométricas. Nesse sentido, a Astronomia faz muito bem este papel e sendo assim indicamos que a mesma deve ser inserida enquanto conhecimento interdisciplinar desde os anos iniciais na educação escolar.

CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante todo o período de coleta de dados e aplicação da Sequência Didática, pose-se observar a grande deficiência dos estudantes no que se refere às operações básicas em Matemática. Os estudantes iniciam o Ensino Fundamental II com poucas noções de Geometria e mais ainda sobre conhecimentos básicos relacionados à Astronomia, e saem deste ciclo sem uma mudança significativa.

Existe um uso exagerado de outros métodos de cálculo, como exemplo da calculadora, para qualquer tipo de cálculo e muitos não conseguem interpretar o resultado obtido na calculadora. Pode-se observar que algumas calculadoras utilizam o ponto como separação entre as classes numéricas e outras utilizam a vírgula o que gerou uma grande confusão na obtenção do resultado. Além disso, os estudantes vêem a calculadora como uma verdade absoluta, não analisando se realmente o resultado está dentro do esperado fazendo-se inferências.

Ao apresentar a proposta de trabalho foi percebido o quanto os estudantes gostam e se empenham na realização de atividades práticas. O manuseio da folha de papel foi realizado por todos, mesmo com dificuldades como as apresentadas neste trabalho, para traçar uma diagonal, mas todos se empenharam em realizar as atividades e conseguiram visualizar os entes vistos somente na teoria ou simplesmente riscados no quadro. Ao analisar os dados, auxiliado pela participação direta em todo o processo de ensino/aprendizagem, conseguiu-se perceber que a forma com que o tema foi abordado propiciou uma melhor compreensão do conteúdo, além de trazer uma maior integração entre os estudantes na tentativa de resolução das atividades. O tema abordado, a Astronomia, trouxe um novo olhar para a Geometria apresentando um grande interesse em superar as dificuldades e descoberta de novos conceitos aplicados a assuntos que já haviam sido estudados. Além disso, durante as atividades, pode-se observar a formulação de ideias para a resolução de problemas, mas, apesar de os estudantes apresentarem interesse no tema abordado, existe ainda uma grande barreira em termos de concretização das operações básicas.

Nesse sentido, os dados e resultados relatados neste trabalho mostraram o quanto ele foi válido na melhoria da compreensão da Matemática pelos estudantes e principalmente da relação existente entre a Geometria e a Astronomia. Foi

vivenciado o quanto a Astronomia pôde contribuir como agente motivador ao ensino da Geometria e o quanto a Geometria foi necessária para grandes descobertas astronômicas, refletida nos resultados da avaliação.

A avaliação foi realizada de forma a compor os vários ensinamentos durante o processo de ensino/aprendizagem de forma que a maneira de avaliar pode ter tido grande influência no resultado obtido já que muitas vezes o professor regente utiliza-se como forma de avaliar apenas o resultado final. Todavia recomenda-se que antes de realizar esta atividade, ou durante o processo, seja realizada atividades que venham a aperfeiçoar a utilização das quatro operações básicas da Matemática, o que muitas vezes foi agente dificultador na resolução correta das atividades propostas.

Como proposta futura procura-se produzir um paradidático que possa explicitar os fatos astronômicos auxiliados pela Geometria mostrando-se de forma concreta sua utilização e o significado das relações geométricas, respondendo perguntas, muitas vezes feitas pelos estudantes: Para que serve isso? Onde vou usar?

REFERÊNCIAS

- ALRO, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. 2ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- ANDRADE, Julia Pinheiro; SENNA, Célia Maria Piva Cabral. **BAHIA, BRASIL vida, natureza e sociedade**. São Paulo: Geodinâmica, 2014.
- BARRETO, P. **Possíveis representações pré-históricas de eocos**. IV Encontro Nacional de Astronomia, Salvador: Copydesk, 2001.
- BOCZKO, Roberto. **Conceitos de Astronomia**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1984. 429p.
- BOYER, Carl Benjamim. **História da Matemática**: tradução Elza F. Gomide – 2ª ed. – São Paulo – SP: Edgard Blücher, 1996.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais+ (PCN+) – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2002.
- CÂMARA, M. Efeitos de uma Seqüência Didática para a Construção do Conceito de Perímetro no 2º Ciclo do Ensino Fundamental, **Anais do XIV Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste: Avaliação Institucional**, 1999.
- DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.) **Aprendizagem em Matemática: Registro de Representação Semiótica**. Campinas: Papirus, 2003.
- EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas – SP: Editora Unicamp, 1995.
- FACCHINI, Walter. **Matemática para a escola de hoje**. livro único. São Paulo: FTD, 2006.
- FAINGUELERNT, E. K. **O Ensino de Geometria no 1º e 2º Graus**. Educação Matemática em Revista, n.4, p.45 - 52, 1995. Edição Especial.
- FERREIRA, Ana Cristina. **O desafio de ensinar - aprender Matemática no noturno: um estudo das crenças de estudantes de uma escola pública de Belo Horizonte**. Campinas; SP:[s,n],1998

GREENBERG, M. J. **Geometrias Euclidianas e não Euclidianas**, San Francisco: W. H. Freeman Company, 1980.

HERÓDOTO, **Coleção Grandes Filósofos da História**, São Paulo: Ediouro, 19? (ano não divulgado na publicação).

IEZZI, Gelson e outros. **Fundamentos de Matemática Elementar: Trigonometria**, volume 3, 5a.edição. São Paulo: Atual, 1977.

KOBASHIGAWA, Alexandre Hiroshi. **Estação Ciência: Formação de Educadores Para o Ensino de Ciências nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental**.

Disponível

em http://www.cienciamao.usp.br/dados/smm/_estacaocienciaformacaodeeducadoreparaoensinodecienciasnasseriesiniciaisdoensinofundamental.trabalho.pdf. Acesso em: 20/03/2015

LIMA, Elon Lages. **Mesa de Debates**. Rio de Janeiro: Programa de Aperfeiçoamento para professores de Matemática do Ensino Médio. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. [Entrevista disponibilizada em 27 de janeiro de 2012, a internet]. Disponível em: http://strato.impa.br/videos/2012-papmem/papmem2012_27012012_debate.flv. Acesso em 28/04/2015.

LORENZATO, S. **Por que não Ensinar Geometria?** Educação Matemática em Revista, n.4, p. 3 - 13, 1995. Edição Especial

MELLO, José Luiz Pastore. **Matemática: construção e significado**. Volume único. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2005.

MORAIS, C. A. L.. **A Astronomia no Ensino da Matemática: Uma proposta para o Ensino Secundário**. 2003. 223f.Dissertação de Mestrado em Ensino de Astronomia. Faculdade de Ciência. Universidade do Porto. Porto. 2003

MOREIRA, Marco Antônio Moreira. **As Teorias de Aprendizagem Significativa de Ausubel**. Cap. 10, p. 151-165. In: Teorias da Aprendizagem. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, EPU, 1999.

MUNIZ, Cristiano A. **Explorando a Geometria da orientação e do deslocamento**. GESTAR II, TP6, p. 80 - 102, 2004.

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais 5ª a 8ª Séries. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>

PIAGET, J. & GARCIA, R. **Psicogêneses e História das Ciências**, Ciência Nova, Nº 6, Lisboa: Dom Quixote, 1987.

POINCARÉ, Henri. **A ciência e a hipótese**. Tradução de Maria Auxiliadora Kneipp. Brasília, DF: Ed. Universidade de Brasília, 1984. 180p

SEPÚLVEDA, C.; EL-HANI, C.N.; REIS, V.P.G.S. **Análise de uma sequência didática para o ensino de evolução sob uma perspectiva sócio-histórica**. In: VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – ENPEC. Anais.

Florianópolis, SC, 2009. p. 1-12. Disponível em: <http://posgrad.fae.ufmg.br/posgrad/viiienpec/pdfs/747.pdf>. Acesso em: 20/03/2015.

SILVEIRA, José Francisco Porto da. **A medida da Terra por Erathostenes**. Disponível em <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/erath.html>. Acesso em 06/04/2015

THOMAZ, T.C. **Não gostar de Matemática: que fenômeno é este?** Cadernos de Educação/UFPel, Pelotas, n. 12, 1999.

TATTO, F; SCAPIN, I.J. **Rejeição à Matemática: causas e alternativas de intervenção**. Universidade regional Integrada do Alto Uruguai e da Missões-URI. Porto Alegre, 2003.

VALENTE, Wagner Rodrigues. ***Há 150 anos uma querela sobre a Geometria elementar no Brasil: algumas cenas dos bastidores da produção do saber escolar***. Bolema, nº 13, Rio Claro, Editora UNESP, p. 45-61, 1999.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. 1a edição. Porto Alegre: Artmed, 1998. p.36-39

APÊNDICE I

Breve Relato sobre os Elementos de Euclides

Um dos principais nomes da Geometria foi Euclides, autor de Os Elementos. Os Elementos de Euclides é uma obra dividida em treze livros ou capítulos. Os livros de I a VI tratam sobre a Geometria plana; de VII a IX é abordada a teoria dos números; o livro X trata sobre a teoria dos números irracionais de Eudóxio, ou seja, sobre os incomensuráveis; e os três últimos livros, XI a XIII, são sobre a Geometria no espaço bem como a Geometria dos sólidos. O livro termina com uma discussão sobre as propriedades dos cinco poliedros regulares e demonstra que existem apenas cinco deles. Este rigor na formalização tornou-se o principal objetivo dos inventores do cálculo séculos mais tarde. Os Elementos não fizeram sucesso por causa do conhecimento que traziam, e sim pela forma. Esta forma é o modelo axiomático. Mais de mil edições de "Os Elementos" foram publicadas desde a sua primeira edição, em 1482. Euclides também escreveu "Data" (com 94 proposições), "Das Divisões", "Ótica" e "Phaenomena", os quais foram preservados. Outros livros, como "Surface Loci", "Porisms", "Conics", "O livro das Falácias" e "Elementos da Música" foram todos perdidos.

Zeno de Sidon, cerca de 250 anos após Euclides ter escrito "Os Elementos", parece ter sido o primeiro a demonstrar que as proposições de Euclides não eram deduzidas a partir dos axiomas isoladamente, e que Euclides fez outras descobertas significativas. O Primeiro Livro dos Elementos de Euclides não possui introdução. Ele começa com vinte e três definições de entes geométricos: como ponto, reta, plano, ângulo, círculo e outros. São elas:

DEFINIÇÕES

1. *Um ponto é aquilo de que nada é parte.*
2. *E linha é comprimento sem largura.*
3. *E as extremidades de uma linha são pontos.*
4. *Linha reta é a que jaz por igual, com seus pontos sobre si mesma.*
5. *E superfície é o que tem, somente, comprimento e largura.*
6. *E as extremidades de uma superfície são linhas.*

7. *Superfície plana é a que jaz, por igual, com suas retas sobre si mesma.*
8. *E ângulo plano é a inclinação de uma linha em relação à outra, de duas linhas no plano, tocando um a outra e na jazentes sobre uma reta.*
9. *E caso as linhas, contendo o ângulo, sejam retas, o ângulo é chamado retilíneo.*
10. *E caso uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça os ângulos adjacentes iguais, um ao outro, cada um dos ângulos iguais é reto, e a reta que foi alteada é chamada perpendicular àquela sobre a qual se alteou.*
11. *Ângulo obtuso é o maior do que um reto.*
12. *E ângulo agudo é o menor do que um reto.*
13. *Fronteira é o que é extremidade de algo.*
14. *Figura é o que está contida por alguma fronteira ou algumas fronteiras.*
15. *Círculo é uma figura plana contida por uma linha [que é chamada circunferência], em relação a que todas as retas que caem sobre [a circunferência do círculo], a partir de um ponto dos jazentes no interior da figura, são iguais entre si.*
16. *E o ponto é chamado centro do círculo.*
17. *E diâmetro do círculo é qualquer reta traçada através do centro e sendo limitada, em cada uma das direções, pela circunferência do círculo, a qual (reta) também bissecciona o círculo.*
18. *E semi-círculo é a figura contida pelo diâmetro e pela circunferência interceptada pelo mesmo. E o centro do semi-círculo é o mesmo que também do círculo.*
19. *Figuras retilíneas são as contidas por retas; triláteras, as compreendidas por três; quadriláteras, as por quatro, e multiláteras, as contidas por mais de quatro retas.*
20. *Um triângulo equilátero, é entre as figuras triláteras, a que tem os três lados iguais; isósceles, a que tem só dois lados iguais, e escaleno, a que tem os três lados desiguais.*
21. *E, além disso, um triângulo retângulo é, entre as figuras triláteras, a que tem um ângulo reto; obtusângulo, a que tem um ângulo obtuso, e acutângulo a que tem os três ângulos agudos.*
22. *Um quadrado é, entre as figuras quadriláteras a que é equilátera e também retangular; um oblongo, a que é retangular porém não equilátera; um losango, a que é equilátera, porém não retangular; e o rombóide a que tem os lados e os ângulos opostos iguais entre si, a qual não é equilátera nem retangular. E as figuras quadriláteras além dessas são chamadas de trapézios.*
23. *Paralelas são retas quaisquer que, estando no mesmo plano, e, sendo prolongadas ilimitadamente em cada uma das direções, em nenhuma das duas se encontram.*

Após as definições, Euclides traz uma lista de axiomas e postulados. Para Euclides axiomas eram noções comuns a todas as ciências, ou seja, verdades absolutas que não necessitava de demonstração, era alto explicativo. São estes os axiomas de Euclides:

AXIOMAS

1. *As coisas iguais à mesma coisa também são iguais entre si.*
2. *E, caso coisas iguais sejam adicionadas a coisas iguais, os todos são iguais.*
3. *E, caso coisas iguais sejam subtraídas de coisas iguais, os restantes são iguais.*
4. *E as coisas que se ajustam uma sobre a outra são iguais entre si.*
5. *E o todo é maior que a parte.*

Já Postulados são os axiomas aplicados a uma dada ciência, neste caso da Geometria. Atualmente, não se distingue axiomas de postulados, são utilizados como sinônimos para todos os casos, ou ciências. Essas noções que não necessitam de demonstração são chamadas de axiomas e o conjunto de pressupostos que evidencia estes axiomas é chamada de axiomática. Euclides definiu cinco postulados:

POSTULADOS

1. *Uma linha reta pode ser traçada de um para outro ponto qualquer.*
2. *Qualquer segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente.*
3. *Um círculo pode ser traçado com qualquer centro e qualquer raio.*
4. *Todos os ângulos retos são iguais entre si.*
5. *Se uma reta intercepta duas retas formando ângulos interiores de um mesmo lado menores que dois retos, prolongando-se estas duas retas indefinidamente elas se encontrarão no lado em que os lados ângulos são menores que dois ângulos retos.*

Pode-se observar que Euclides inicia o livro dos Elementos com definições que servem como embasamento teórico para uma melhor explanação da Geometria visto que para compreendê-la é necessário que o leitor tenha conhecimentos mínimos sobre os entes geométricos. Já os axiomas e postulados são os “alicerces”. São a partir deles que inicia-se a construção de hipóteses pela quais outros são

logicamente derivados. No próximo parágrafo são mostradas as diversas formas que podia se interpretar o postulado das paralelas. O postulado chama a atenção pelo tamanho e pela dificuldade imediata de compreensão. Assim surgiram, no decorrer da história, outros postulados equivalentes ao postulado das paralelas, com um texto mais claro e objetivo:

1. *Se uma reta intersecta uma das paralelas, intersectará a outra.*
2. *Retas que são paralelas a uma reta são paralelas entre si.*
3. *Duas retas que se intersectam não podem ser paralelas entre si.*
4. *Sejam dados, em um plano, uma reta r e um ponto P que não está em r . Então existe uma e só uma paralela a r passando por P .*

APÊNDICE II

Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



Esse questionário faz parte da pesquisa do estudante Rodrigo Martins Serpeloni, do Mestrado Profissional em Astronomia, que tem como objetivo coletar dados para elaboração de uma proposta pedagógica auxiliada por material didático para melhor compreensão da Geometria através da Astronomia. Nessa pesquisa pretendemos apoiar o trabalho realizado pelo professor em sala de aula, buscando a contextualização e a interdisciplinaridade nas aulas de Matemática tendo como agente motivador a Astronomia.

Questionário

De acordo com o seu entendimento, o que é distância?

Quais os instrumentos que você conhece para medir distâncias?

Qual o método ou instrumento que você acha que é utilizado ou foi utilizado no passado para medir grandes distâncias, como exemplo a distância da Terra a Lua?

Usando suas palavras como você definiria uma reta?

Como você acha que os povos antigos conseguiram, com boa precisão, estimar o diâmetro da Terra?

Você acha possível medir a altura de objetos na Terra utilizando-se da luz do Sol? Explique como isso pode acontecer.

Você acha que a Trigonometria pode ajudar na solução de algum problema do cotidiano? Explique.

Considere você partindo de um ponto da Terra e caminhando sempre a mesma distância para cada direção, ou seja, andando para o sul, depois para o leste e em seguida para o norte. Existe alguma possibilidade de voltar ao ponto de início fazendo apenas estes três movimentos? Explique.

APÊNDICE III

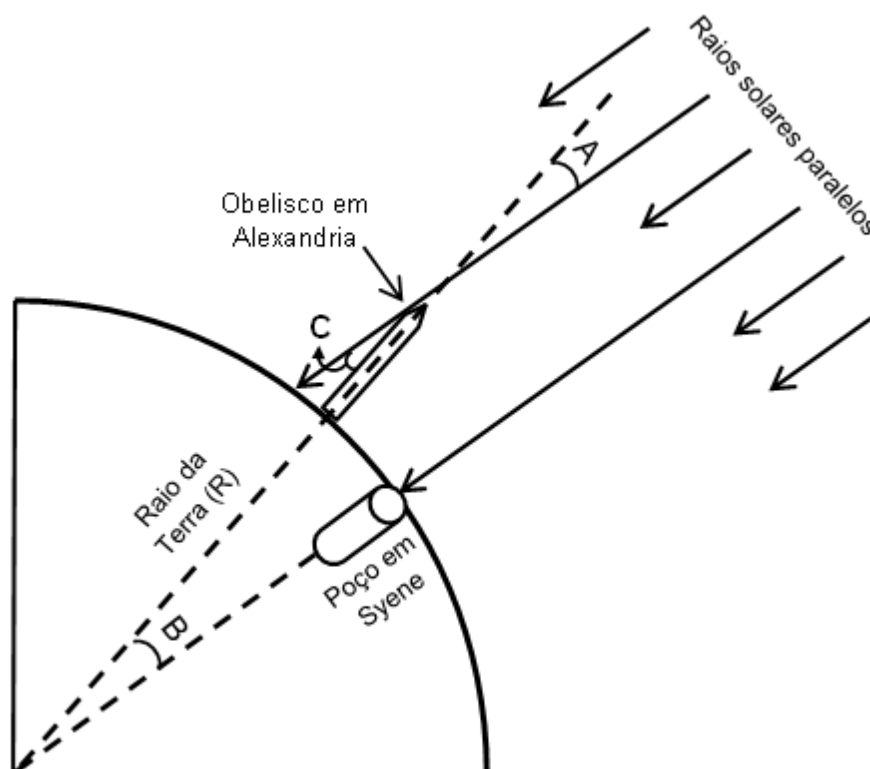
Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



ATIVIDADE AVALIATIVA 1

(XVI OBA 2013 – NÍVEL IV) Num círculo, de raio R , seu comprimento mede $2\pi R$, (use $\pi = 3$) e temos 360 graus. Erastóstenes (cerca de 276 a.C.–193 a.C.), sábio grego, nascido em Cirene e falecido em Alexandria, diretor da grande biblioteca desta cidade, no Egito, sabia disso. Ele também sabia que num certo dia, ao meio dia, em Syene, atual Assuã, uma cidade a 800 km de Alexandria, ao Sul do Egito, o Sol incidia diretamente no fundo de um poço e nenhum obelisco projetava sombra neste instante. Porém, no mesmo dia, em Alexandria, um obelisco projetava uma sombra! Tal fato só seria possível se a Terra fosse esférica, concluiu ele. Coincidentemente ambas as cidades estão próximas do mesmo meridiano. Erastóstenes mediu o ângulo C , indicado na figura, e encontrou o valor de 7° (sete graus). Com isso ele determinou o raio da Terra (R).

Determine o valor encontrado por Erastóstenes para o raio da Terra, em km.



APÊNDICE IV

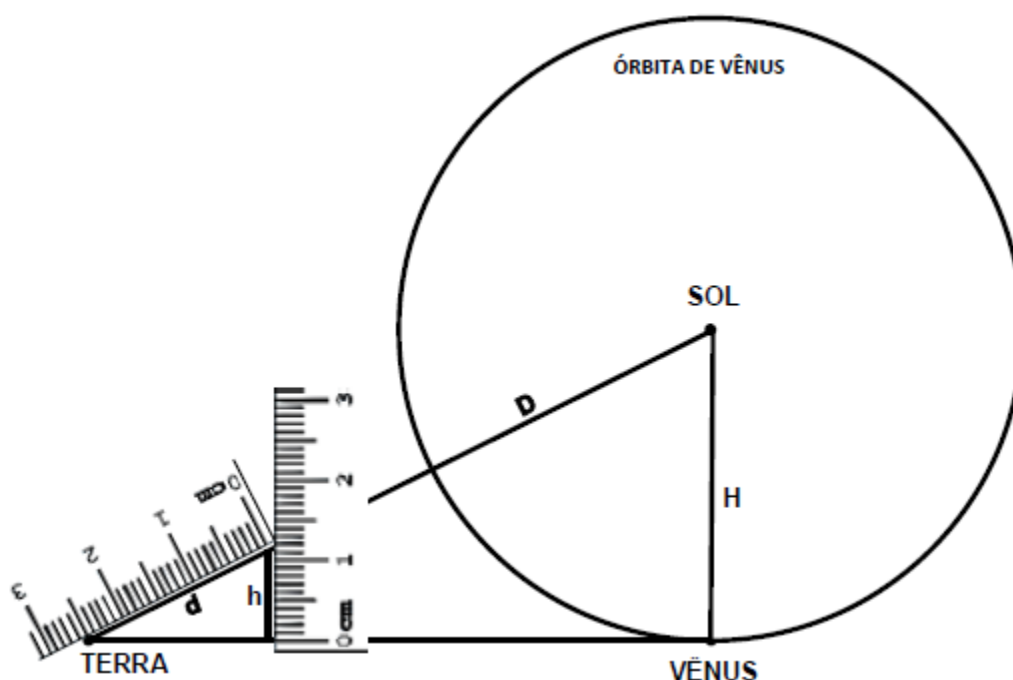
Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



ATIVIDADE AVALIATIVA 2

(XVIII OBA 2015 – NÍVEL IV) Observando o planeta Vênus, diariamente, vemos que ele atravessa a linha imaginária Terra-Sol e vai se afastando até um valor máximo, que chamamos de **elongação máxima**. Depois ele volta, aparentemente, a se aproximar do Sol, passa atrás do Sol, reaparece e vai se afastando dele até o mesmo afastamento máximo já observado do outro lado. A figura ilustra o afastamento máximo num dos lados. Copérnico não sabia a distância entre a Terra e o Sol, por isso ele a chamou de $D = 1$ U.A. (uma Unidade Astronômica), mas ele sabia Geometria elementar, ou seja, ele sabia que: $\frac{h}{d} = \frac{H}{D}$.

Determine, tal como fez Copérnico, a distância (H) entre Vênus e o Sol, em Unidades Astronômicas. (Lembre-se da semelhança entre triângulos)



APÊNDICE V

Pós-Graduação em **Astronomia**
MESTRADO PROFISSIONAL
UEFS



O uso da astronomia como meio Didático/pedagógico para uma melhor compreensão das Geometrias

Mestrando: Rodrigo Martins Serpeloni

FICHA DE AVALIAÇÃO

Nº	ALUNOS	CRITÉRIOS AVALIATIVOS						
		Capacidade de interpretação do problema proposto (1,0)	Interesse e a participação de cada estudante individualmente (1,0)	Capacidade de dominar cálculos e operações (1,0)	Necessidade de auxílio ou interferência do professor (1,0)	Capacidade de socializar corretamente o resultado do problema (1,0)	Desempenho na atividade proposta (5,0)	CONCEITO FINAL
01								
02								
03								
04								
05								
06								
07								
08								
09								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								

APÊNDICE VI

ATIVIDADE EXPERIMENTAL

Determinação do diâmetro do Sol e da Lua: atividade experimental

Materiais utilizados (fotos de arquivo pessoal do autor):

Cartolina ou papelão de 30 cm x 30 cm

Uma folha de papel sulfite branco (A4)

Folha de alumínio com 3 cm x 3 cm

Um alfinete

Fita adesiva

Régua

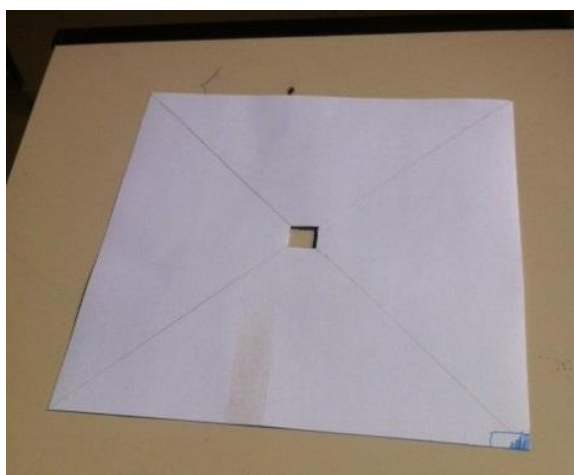
Tesoura



Como construir:

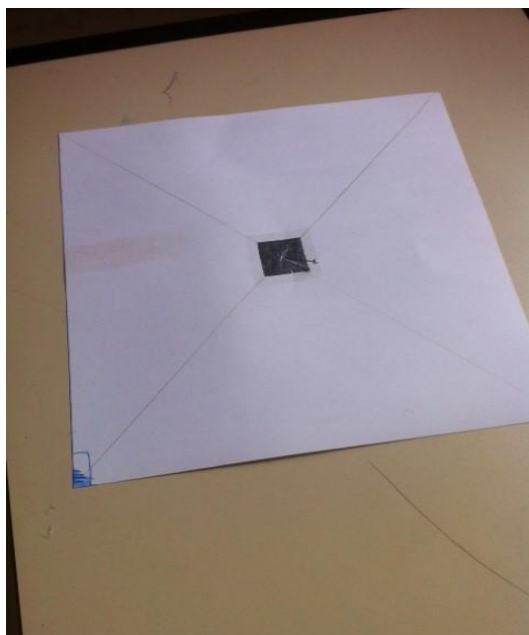
Cortar um quadrado de 2 cm x 2 cm no centro da cartolina;

(Para se achar mais facilmente o centro da cartolina basta traçar as diagonais que se encontram exatamente no centro).



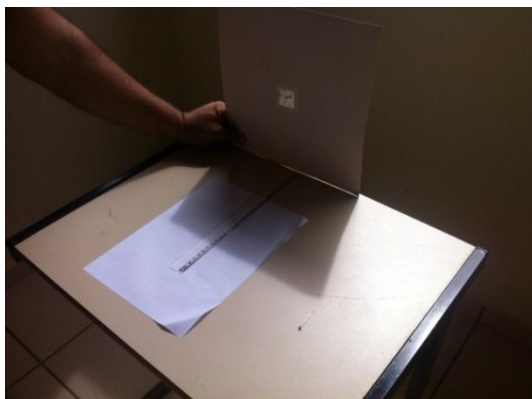
Colocar a folha de alumínio no espaço cortado da cartolina prendendo com fita adesiva;

Com o alfinete fure o centro da folha de alumínio;



Direcione o kit construído de forma que a luz do Sol passe através do furo e incida sobre a folha de papel branco. Fazer com que a distância entre o kit e a folha de papel seja a maior possível. Usando a régua faça a medição:

- do diâmetro da imagem do Sol no papel;
- da distância entre o kit e a folha de papel branco.



O diâmetro do Sol pode ser obtido utilizando-se da seguinte fórmula, tendo como distância da Terra até o Sol $150.000.000 \text{ km}$ ou $1,5 \times 10^8 \text{ km}$:

$$\frac{\text{diâmetro da imagem do Sol}}{\text{distância do kit até o papel}} \times \text{distância da Terra até o Sol} = \text{diâmetro do Sol}$$

Para se conseguir os valores relativos à Lua basta utilizar os dados relativos a Lua: distância da Terra à Lua e o diâmetro da imagem da Lua.

ANEXO I

Salvador, Bahia - Quarta-feira
3 de Abril de 2013
Ano - XCVIII - Nº 21.104

PORTARIA Nº 1882/2013.

Dispõe sobre a sistemática de Avaliação do Ensino e da Aprendizagem nas Unidades Escolares da Educação Básica da Rede Pública Estadual. O SECRETÁRIO DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DA BAHIA, no uso de suas atribuições, e considerando o disposto: no artigo 24, inciso V, alínea a e da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB)

Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996; nos artigos 45 a 50, que tratam da sistemática da avaliação da aprendizagem; artigos 55 a 59, que tratam dos estudos de recuperação paralela todos do Regimento Escolar Comum, aprovado pela Portaria nº 5.872, de 15 de Julho de 2011; no art. 14 da Resolução CEE n. 127/1997, RESOLVE:

Art. 1º Estabelecer orientações específicas sobre a sistemática da Avaliação do Ensino e da Aprendizagem a serem adotadas nas Unidades Escolares da Educação Básica da Rede Pública Estadual.

Art. 2º A Avaliação é um dispositivo pedagógico de formação que deve orientar todo o processo de ensino e de aprendizagem contemplando as dimensões qualitativa e quantitativa, configurando-se como uma ação de caráter investigativo, processual, contínuo, cumulativo e emancipatório, tendo como objetivo:

I - realizar o diagnóstico e o acompanhamento das aprendizagens; II - realizar a revisão e o planejamento dos procedimentos de ensino e; III - maximizar o aproveitamento escolar.

Art. 3º Cabe à Unidade Escolar, no desenvolvimento do processo de avaliação do ensino e da aprendizagem, realizar no mínimo, 3 (três) avaliações em cada unidade didática através de testes, provas, trabalho de pesquisa individual ou em grupo, além de outros instrumentos didáticos para construção de aprendizagens e/ou revisão de aprendizagens já construídas, conforme disposto no artigo 50 do Regimento Escolar.

Art. 4º Além das avaliações previstas no artigo anterior, as Unidades Escolares deverão desenvolver, durante todo o percurso das unidades didáticas, estudos e atividades de recuperação paralela, obedecendo aos mesmos procedimentos e critérios das demais avaliações didáticas.

Art. 5º A recuperação paralela é um momento avaliativo que se configura como uma estratégia de recuperação processual da aprendizagem devendo ser planejada em todas as unidades didáticas, com foco nas aprendizagens que não foram consolidadas, refletido no aproveitamento escolar adquirido na avaliação parcial em um ou mais componentes curriculares.

Art. 6º A recuperação paralela tem como objetivos:

- I - identificar as aprendizagens adquiridas e as dificuldades dos(as) estudantes;
- II - promover processualmente, na unidade didática, avaliações que visem à superação dessas dificuldades de aprendizagem apresentadas no itinerário formativo do(a) estudante;
- III - adequar estratégias de ensino;
- IV - oferecer oportunidades de aprendizagens com ações que contribuam para que as dificuldades diagnosticadas possam ser superadas, e;
- V - acompanhar o desenvolvimento do(a) estudante para construção de aprendizagens.

Art. 7º Os estudos paralelos de recuperação consistem em momentos planejados e articulados ao andamento dos estudos no cotidiano da sala de aula, possibilitando reflexões com vistas aos avanços de aprendizagem dos(as) estudantes.

Art. 8º A avaliação da aprendizagem com os estudos da recuperação paralela devem ser desenvolvidos observando as seguintes orientações:

- I - no primeiro momento avaliativo do componente curricular, o professor deverá utilizar instrumentos avaliativos diversificados e definir os seus valores, gerando a **NOTA 1** como resultado do somatório desses valores atribuídos em cada instrumento utilizado;
- II - no caso de observar lacunas no desenvolvimento de habilidades e competências previstas para esse momento previsto no inciso anterior e de identificar aprendizagens não consolidadas pelos (as) estudantes, o professor deverá implementar no seu planejamento, atividades voltadas para a superação das dificuldades diagnosticadas, garantindo assim, o processo de recuperação paralela a ser realizado no segundo momento avaliativo;
- III - no segundo momento avaliativo do componente curricular, o professor deverá utilizar instrumentos avaliativos diversificados e definir os seus valores, gerando a **NOTA 2** como resultado do somatório desses valores atribuídos em cada instrumento utilizado;
- IV - no caso de observar lacunas no desenvolvimento de habilidades e competências previstas para esse momento previsto no inciso III e de identificar aprendizagens não consolidadas pelos (as) estudantes, o professor deverá implementar no seu planejamento, atividades voltadas para a superação das dificuldades diagnosticadas, garantindo assim, o processo de recuperação paralela a ser realizado no terceiro momento avaliativo;
- V - no terceiro momento avaliativo do componente curricular, o professor deverá utilizar instrumentos avaliativos diversificados e definir os seus valores, gerando a **NOTA 3** como resultado do somatório desses valores atribuídos em cada instrumento utilizado;

VI - no caso de observar lacunas no desenvolvimento de habilidades e competências previstas para esse momento e de identificar aprendizagens não consolidadas pelos(as) estudantes, o professor deverá implementar no seu planejamento, atividades voltadas para a superação das dificuldades diagnosticadas, garantindo assim, o processo de recuperação paralela a ser realizado na próxima unidade didática.

§ 1º Caso o professor opte por utilizar mais de três avaliações na unidade didática deverá seguir as mesmas orientações acima, quanto ao processo da recuperação paralela da aprendizagem.

§ 2º As atividades avaliativas referentes à recuperação paralela serão realizadas conforme planejamento do professor no momento avaliativo de cada unidade ou na unidade didática subsequente e todos (as) os(as) estudantes devem participar das aulas e atividades de revisão do conteúdo estudado, de modo a fortalecer a aprendizagem, garantindo outra oportunidade a quem não obteve êxito.

§ 3º Os valores atribuídos e resultantes do processo de recuperação paralela serão refletidos no resultado das avaliações subsequentes previsto em cada momento avaliativo e nas unidades didáticas.

§ 4º Para efeito de resultado final da unidade didática e registro no SGE, será considerada sempre a nota obtida pelo (a) estudante em cada componente curricular, observando o somatório das notas de cada momento avaliativo realizado.

Art. 9º Fica estabelecido que os (as) estudantes dos três primeiros anos do Ensino fundamental deverão ser avaliados nos termos do artigo 2º desta Portaria, devido a não retenção nesse período, conforme dispõe a Resolução CNE/CEB Nº 07, de 14 de Dezembro de 2010.

Art. 10. Todos (as) os (as) estudantes terão direito aos estudos de recuperação paralela e, aqueles, que por motivos devidamente justificáveis e comprovados, não realizaram algum instrumento de avaliação, deverão, conforme legislação em vigor, solicitar a segunda chamada no prazo de 48h (quarenta e oito horas).

Art. 11. A progressão do(a) estudante para a série seguinte está sujeito à aprovação nas disciplinas curriculares assim como a frequência de no mínimo 75% da carga prevista para o ano letivo, conforme previsto nos artigos 51 a 53 do Regimento Escolar.

Art. 12. Esta Portaria entra em vigor na data de sua publicação. Art. 13. Ficam revogadas todas as disposições em contrário, em especial, a Portaria nº 5.520/2012. Salvador, 01 de abril de 2013. Osvaldo Barreto Filho - Secretário da Educação.