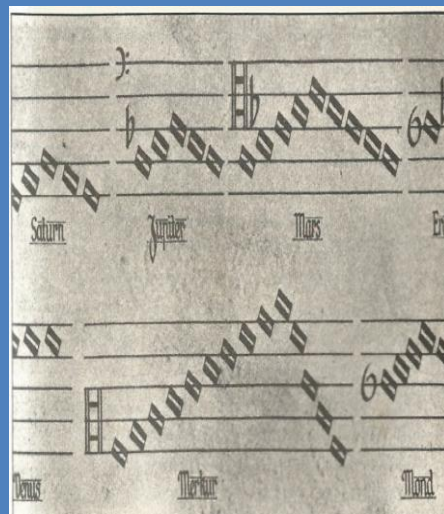
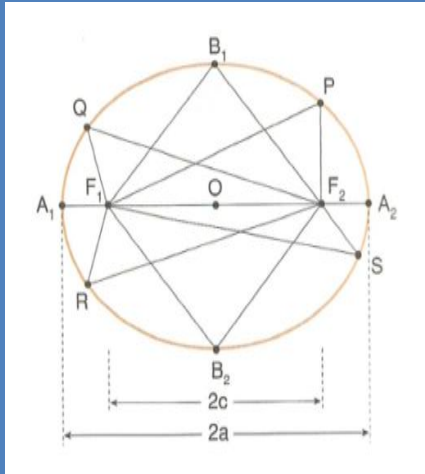


LEIS DE KEPLER DO MOVIMENTO PLANETÁRIO: HISTÓRIA, APLICAÇÃO E ATIVIDADES

PAULO HENRIQUE PORTELA OLIVEIRA



OUTUBRO-2015

LEIS DE KEPLER DO MOVIMENTO PLANETÁRIO: HISTÓRIA, APLICAÇÃO E ATIVIDADES

PAULO HENRIQUE PORTELA OLIVEIRA

Licenciado em Física pela Universidade Estadual de Feira de Santana
Especialista em Ensino de Astronomia pela Universidade Estadual de
Feira de Santana
Mestre em Ensino de Astronomia pela Universidade Estadual de Feira
de Santana

APRESENTAÇÃO

Dentre os inúmeros conteúdos da Astronomia que apresentam relevância à formação humana, e de modo especial, aos estudantes da educação básica, destaco as Leis de Kepler do Movimento Planetário tanto pela sua riqueza em aspectos conceituais, históricos e didático-metodológicos, como pelas possibilidades do desenvolvimento do espírito científico, pois através do contato com as mesmas é possível que o estudante adquira uma noção adequada do Universo.

Porém, a forma como a maioria dos livros didáticos de Física aborda tal conteúdo eleva a abstração através da apresentação de conceitos, leis, fórmulas matemáticas e da resolução de exercícios repetitivos, que não permitem ao aluno relacionar o conteúdo estudado com os seus conhecimentos prévios, ou até mesmo com situações do seu cotidiano, e secundariza, ou exclui, a dimensão histórico-conceitual, assim como o didático-metodológico e, por que não dizer, o estético.

O propósito deste paradidático é abordar as Leis de Kepler do Movimento Planetário corrigindo as falhas encontradas em livros didáticos de Física a partir da análise deste importante recurso didático no tocante a aspectos como: a definição do conceito de elipse, que não se encontra presente em algumas obras. Outro ponto importante explorado no paradidático, diz respeito à proposta de contextualização defendida nos documentos oficiais, que não foi percebida nos livros analisados. Apresento como integrantes desse paradidático, três atividades didático-pedagógicas, que embora não tenham sido alvo da minha análise, complementam o mesmo, pois o uso delas favorece um aprendizado significativo das Leis de Kepler do Movimento Planetário que é a principal aposta deste trabalho.

SUMÁRIO

1. Um cara como eu e você.....	05
2. As Leis de Kepler do Movimento Planetário ao alcance do seu celular e do controle remoto.....	10
3. Método da Jardineira para representação das órbitas elípticas dos planetas.....	16
4. Demonstração da Lei das Áreas através do experimento das bolinhas.....	20
5. A Terceira Lei de Kepler do Movimento Planetário traduzida em uma representação gráfica.....	26
6. Conclusão.....	31
7. Referências.....	32

1. Um cara como eu e você

A trajetória de vida do astrônomo Johannes Kepler, que se notabilizou pela descoberta das suas Leis que explicam o movimento planetário, é contada em muitos livros didáticos de Física ou até mesmo em biografias. A maioria destes relatos, contidos nos livros ou biografias, enaltece demais a imagem do Kepler de forma que o mesmo não pareça como uma pessoa normal que tem seus defeitos e virtudes assim como eu e você. Portanto este relato histórico visa ir de encontro à imagem passada por alguns livros didáticos sobre a figura do Kepler, que o retratam como um gênio, quando na verdade ele foi uma pessoa, que dedicou a sua vida a estudos que o levaram a importantes descobertas como as Leis do Movimento Planetário. Logo, o exemplo do Kepler serve para mostrar a você, meu caro leitor, que através de muito esforço é possível conseguir seus objetivos.

Johannes Kepler nasceu na Alemanha na cidade de Weilderstadt, em 27 de Dezembro de 1571. Filho de Henrich Kepler, um soldado mercenário, e Catarina Guldenmann, que anos mais tarde foi acusada de bruxaria. Kepler nasceu prematuramente, após sete meses de gestação, e por conta disso sofreu a vida inteira acometida por diversos males (varíola, furunculose, disenteria), e tinha o péssimo costume de odiar banhos (você certamente tem ou já teve algum conhecido assim). Primogênito de uma família desestruturada, onde, ainda criança, se viu obrigado a trabalhar, por um tempo, na taverna de seu pai, sendo forçado a lidar com serviços que não estava preparado. É caro leitor, a vida de Kepler não foi moleza, mas isso não o impediu de buscar o conhecimento e desenvolver-se nos estudos.



Figura 1-Retrato juvenil de Kepler.

Fonte: GAROZZO, 1975, p. 16.

Durante a sua infância ocorreu um prenúncio do que iria ocorrer na sua vida adulta, pois a sua mãe o levou para visualizar a passagem de um cometa. Este fato não chamou muito atenção do pequeno Kepler, que não se mostrou muito interessado pela passagem do cometa.



Figura 2- Casa onde Kepler nasceu onde hoje é um museu.

Fonte: [HTTP://WWW.KEPLER-MUSEUM.DE/](http://www.kepler-museum.de/)

Kepler começou os seus estudos aos sete anos de idade, em 1578, em uma escola elementar situada em Leonberg. As escolas, nessa época, adotavam um modelo rígido de educação, no qual os professores frequentemente tomavam o que nos dias de hoje se chama de tabuada. Qualquer erro na resposta era penalizado com castigos como “varetadas” nas mãos.

Assim que concluiu os seus estudos na escola elementar, Kepler foi direcionado ao Seminário de Adelberg para cursar o equivalente à segunda etapa do Ensino Fundamental. A sua convivência em Adelberg não foi das melhores, pois ele era vítima de *bullying* por ser considerado pelos colegas como um “CDF” devido à sua dedicação aos estudos, sempre obtinha notas altas, Kepler foi indicado ao Colégio Maulbronn, que era uma instituição mais bem conceituada, para dar seguimento à conclusão do que atualmente se conhece como o Ensino Médio. Em Maulbronn ele permaneceu por um período de três anos, e também se destacou como excelente aluno a ponto de ser encaminhado para a Universidade de Tübingen.

O seu ingresso em Tübingen representou o início do que lhe daria fama como grande astrônomo, pois foi lá que ele conheceu o seu mestre, o professor de Matemática e Astronomia, chamado Michael Maestlin. Kepler encontrou em Maestlin uma identificação imediata (você também já deve ter encontrado um professor

favorito) e através dele Kepler obteve o primeiro contato com a obra de Copérnico, que serviu de base para que posteriormente ele chegasse às suas Leis do Movimento Planetário.

Finalizado o seu curso superior em Tübingen, Kepler foi indicado para trabalhar como professor substituto de Matemática no Seminário Protestante de Graz na Áustria. A atuação de Kepler como professor de Matemática não despertava a atenção dos seus alunos (o que não é diferente dos dias de hoje) devido à complexidade com que ele lidava com a abordagem dos conteúdos. Mas em uma de suas aulas ocorreu um episódio inusitado, considerado como um pontapé inicial na sua primeira defesa do heliocentrismo. Kepler desenhou no quadro negro figuras geométricas e observou que estas tinham relação com as órbitas dos planetas até então conhecidos (Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno).

Os seus estudos sobre a relação das órbitas dos planetas com as figuras geométricas resultou no seu livro, denominado Mistério Cosmográfico publicado no ano de 1596. E foi no período de elaboração do Mistério Cosmográfico, que Kepler conheceu a sua primeira esposa, Bárbara Müller, e juntos conviveram por 14 anos e desta união foram gerados seis filhos, que, devido às más condições de vida naquela época, faleceram logo cedo. Este seu primeiro casamento não foi bem sucedido, pois Bárbara não entendia os estudos de Kepler, e o seu salário como professor era baixo (nada diferente do que ocorre atualmente) para manter a sua família. Neste período ocorreram outros acontecimentos na vida de Kepler como a perda de seu cargo como professor no Seminário de Graz por ele ser protestante, e nesta época, na Europa, ocorria a Contra Reforma promovida pela Igreja Católica.

Porém uma luz no fim do túnel se acendeu para Kepler, pois o seu Mistério Cosmográfico chamou atenção de outro astrônomo famoso, Tycho Brahe, que naquela época era conhecido como o maior astrônomo observacional. Brahe administrava um grande observatório, o Benatky, na cidade de Praga, e convidou Kepler para trabalhar como seu assistente. O encontro entre Kepler e Tycho Brahe ocorreu no ano de 1600. No princípio, a convivência entre ambos não foi nada harmoniosa. Kepler foi incumbido de tratar as observações feitas por Tycho Brahe sobre a órbita do planeta Marte, que até o momento não havia sido solucionada nem por Brahe, e por nenhum dos seus outros assistentes, e isto acarretou na

descoberta das suas duas Primeiras Leis do Movimento Planetário publicadas no livro *Astronomia Nova*. Após a morte de Tycho Brahe, Kepler foi indicado pelo imperador Rodolfo II como o matemático imperial, o que o permitiu viver um período de certa estabilidade.



Figura 3- Sala onde Kepler realizou seus estudos no Benatky.

Fonte: GAROZZO, 1975, p. 20.

No entanto, Kepler voltou a viver dias atribulados. Houve a deposição do imperador Rodolfo II, e Kepler se viu obrigado a abandonar a cidade de Praga, e retornar para Áustria, mas desta vez para a cidade de Linz. Neste período ele enfrentou adversidades como a morte do filho favorito aos seis anos de idade, e da esposa Bárbara. Mas devido ao seu espírito obstinado Kepler continuou enfrentando seus obstáculos e se casou novamente com Susana Reuttinger. Dessa união foram gerados sete filhos, e quatro deles morreram muito cedo.

A vida de Kepler, daí em diante, não foi nada diferente do que ele já havia experimentado. Humilhações, privações e perseguições devido a sua religião, mas isso nada o impedia de seguir adiante em suas descobertas, tanto é que no ano de 1619 ele publicou o seu livro *Harmonia do Mundo* contendo a Terceira Lei do Movimento Planetário. Kepler formulou outros trabalhos importantes como as *Tábuas Rodolfinas*, e o que é considerado o primeiro livro de ficção científica da história chamado, em latim, de *Somnium*, seu opus posthumum de *Astronomia Lunari*, que traduzido para o português significa *O Sonho ou Obra Póstuma de Astronomia Lunar*.

Kepler continuaria enfrentando a sua sina de adversidades até que em 15 de Novembro de 1630 ele veio a falecer a caminho de Regensburg onde iria cobrar uma dívida de salários atrasados.



Figura 4- Quarto onde Kepler morreu em Regensburg.

Fonte: GAROZZO, 1975, p. 23.

Outras passagens sobre a vida de Kepler não foram colocadas aqui, mas o propósito de mostrá-lo como uma pessoa normal, que durante a vida sofreu com várias adversidades, foi cumprido. Enfim, estas adversidades influenciaram, de certa forma, para que ele chegasse as suas descobertas. Como citei no início, Kepler não foi um gênio, como consta em alguns livros de Física, mas sim um indivíduo comum que dedicou a sua vida a diversos estudos, que culminaram com a descoberta das Leis do Movimento Planetário.

2. As Leis de Kepler do Movimento Planetário ao alcance do seu celular e do controle remoto

Você alguma vez já havia imaginado que a sua novela predileta, ou programa de rádio favorito, se encontram relacionados com as Leis de Kepler do Movimento Planetário? Esta mesma afirmação pode ser atribuída aos mais modernos celulares, pois o funcionamento de todos eles também se encontra ligado às Leis. Mas como ocorre esta relação entre novelas, programas de rádio e os modernos celulares com as Leis de Kepler do Movimento Planetário? É o que veremos a seguir através do diálogo fictício entre o professor de Física Kepler e o seu aluno Joãozinho.



Joãozinho



Professor Kepler

Era um dia de aula comum na turma da Primeira Série do Ensino Médio onde o professor de Física, chamado Kepler, apresentava para seus estudantes as Leis descobertas pelo seu xará mais famoso. De repente, no fundo da sala, o aluno Joãozinho, que não se mostrava muito empolgado com as aulas de Física (conforme pode ser mostrado através do seu semblante) acima, questiona:

Joãozinho: Professor, como estas tais Leis de Kepler do Movimento Planetário são importantes para mim? Vou utilizá-las onde em minha vida?

O professor Kepler interrompeu a aula por alguns segundos e respondeu:

- Joãozinho, estas tais Leis de Kepler do Movimento Planetário estão presentes em certos momentos da sua vida.

Joãozinho, não satisfeito com a resposta, retrucou:

- Em que? Pois nunca as vi!

Professor Kepler parou para pensar novamente por alguns segundos e constatou que a resposta que seu aluno João desejava não era tão simples, logo ele precisava formular uma linha de raciocínio para sua resposta, que pudesse satisfazer as inquietações do Joãozinho. Sendo assim, ele argumentou:

- Meu jovem, vou lhe citar um exemplo, que é algo que se encontra bem próximo do seu cotidiano. Você certamente assiste à televisão, ouve rádio e principalmente faz uso do seu celular, correto?

- Ok, mas o que tem a ver estas tais Leis de Kepler do Movimento Planetário com o meu celular?

- Calma Joãozinho, irei fazer com que você entenda. A televisão, o rádio e o celular possuem algo em comum, pois o funcionamento deles se baseia no que se chama por ondas eletromagnéticas.

Joãozinho novamente questiona:

- E daí professor? Eu quero saber o que estas tais Leis de Kepler do Movimento Planetário têm a ver com minha vida.

- Joãozinho, estas ondas eletromagnéticas são transmitidas para a televisão, o rádio e o celular através de instrumentos conhecidos como satélites.

Joãozinho, que não se mostrava muito paciente com as respostas das suas perguntas de novo questiona:

- E daí? Onde estão estas tais Leis de Kepler do Movimento Planetário nesta história toda?

- Meu caro Joãozinho, já estou chegando lá. Os satélites se constituem em corpos, que orbitam em torno de um astro, ou corpo celeste maior, e que são classificados em dois tipos. Existem os satélites naturais, como a Lua, que executa o seu movimento de revolução em torno da Terra, e existem também os satélites artificiais, que são aqueles lançados para o espaço através de foguetes ou naves espaciais. Joãozinho, todos os anos são lançados satélites artificiais para o espaço e muitos deles já se encontram desativados. Os satélites precisam de energia para o

seu funcionamento, e muitos deles dispõem de painéis solares para captar a energia do Sol.



Figura 5- Lançamento do satélite CBERS.

Fonte: [HTTP://WWW.CBERS.INPE.BR/HOTSITE/#ANOGALERIA](http://www.cbears.inpe.br/hotsite/#anogaleria)

Professor Kepler, preocupado em formular uma melhor resposta para a inquietação do seu estudante, continua a sua abordagem sobre os satélites e desta vez ele questiona João sobre os seus conhecimentos envolvendo satélites:

- Joãozinho, você alguma vez ouviu falar algo sobre o primeiro satélite lançado pelo homem?

- Joãozinho impaciente responde:- Não professor. Qual foi ele?

- Joãozinho, o primeiro satélite artificial da história foi lançado pela extinta União Soviética no ano de 1957, e o seu nome era Sputnik 1.



Figura 6- Sputnik 1.

Fonte: [HTTPS://PT.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/SATELITE_ARTIFICIAL](https://pt.wikipedia.org/wiki/Satelite_artificial)

- Professor, você está enrolando. Quando de fato saberei sobre as tais Leis de Kepler do Movimento Planetário?

- Joãozinho veja bem, os satélites possuem diferentes finalidades, pois existem os de comunicações, meteorológicos, militares e os astronômicos. Os satélites, principalmente os de comunicações, estão situados em torno de 36000Km da superfície da Terra e eles possuem uma característica em comum com nosso planeta, pois o seu movimento de rotação também equivale a 24 horas sendo conhecidos como satélites geoestacionários.

Joãozinho (irritado):- Tá professor, já sei o que é um satélite, mas o que isto tem a ver com as tais Leis de Kepler do Movimento Planetário?

- Joãozinho, estes satélites transmitem as ondas eletromagnéticas que possibilitam a você assistir o seu programa de televisão favorito, ouvir a música predileta no rádio ou conversar com seus amigos no celular. Estas ondas eletromagnéticas possuem uma velocidade espantosa, equivalente à velocidade da luz, da ordem de 300.000 km/s. Isto explica o motivo pelo qual você e outra pessoa, que se encontram bem distante assistem, simultaneamente, ao mesmo programa na televisão.



Figura 7- Satélite CBERS.

Fonte: FUKU, 2010, p. 327

Joãozinho (mais irritado) diz: - Beleza professor, agora compreendo todo o funcionamento de um satélite, porém ainda não vi para que servem estas tais Leis de Kepler do Movimento Planetário.

Professor Kepler mostrando-se satisfeito porque Joãozinho entendeu para que serve um satélite argumenta:

- Que bom que você entendeu como funcionam os satélites, pois eles se encontram intimamente associados às chamadas Leis de Kepler do Movimento Planetário. João, estas tais Leis de Kepler do Movimento Planetário, como você mesmo falou, também são responsáveis por explicar o movimento dos satélites sejam eles naturais ou artificiais. As Leis são válidas para qualquer corpo girando em torno de uma massa central, como é o caso dos satélites, que giram em torno da Terra, que consideramos a massa central.

Joãozinho (bem mais irritado):- E como estas Leis explicam o movimento de satélites?

- Certo, eu lhe responderei uma de cada vez! A Primeira Lei de Kepler afirma que as órbitas dos satélites são elípticas com a Terra em um dos focos!

Joãozinho (mostrando-se menos irritado): - Certo, e a Segunda?

- A Segunda Lei quando aplicada ao movimento de satélites afirma que, quando ele se encontra mais afastado da Terra, diz-se que está no seu apogeu, e a sua velocidade orbital é menor. Já quando o satélite se encontra mais próximo da Terra, diz-se que está no seu perigeu, e a sua velocidade orbital é maior.

Joãozinho (mostrando-se mais calmo): - E a Terceira?

- A Terceira Lei de Kepler, que relaciona o período de revolução com a distância média entre dois corpos também se aplica ao movimento dos satélites, porém neste caso, como a Terra é o corpo central, logo o período de revolução e a distância média são relacionados com a Terra e o satélite.

Joãozinho reflete um pouco a resposta do professor e argumenta empolgado:

- Ah, deixa ver se eu entendi. Os satélites são responsáveis pelo sinal que chega à televisão, rádio ou celular, e o seu movimento obedece as tais Leis de Kepler do Movimento Planetário, logo o uso destes aparelhos também se encontra relacionado com estas leis.

Professor Kepler ao perceber que o seu aluno entendeu o que ele queria lhe explicar, o responde com entusiasmo:

- Perfeito Joãozinho! O seu programa de televisão favorito, a sua música predileta que você ouve no rádio e a conversa com seus amigos no celular se encontram, de fato, ligados a estas importantes Leis.

Toca o sinal, termina a aula e Joãozinho de agora em diante se mostrou bem mais interessado em entender a Física, pois viu que por trás de todo o conteúdo estudado durante o ano existe sempre uma ligação com a sua realidade, o que serviu para aumentar o seu interesse pelas aulas de Física ministradas pelo professor Kepler, que pode ser comprovado através do seu sorriso de contentamento apresentado todas às vezes que ele assiste às aulas de Física:



Joãozinho

3. Método da Jardineira para representação das órbitas elípticas dos planetas

A Primeira Lei de Kepler do Movimento Planetário trata do formato das órbitas dos planetas. Ou seja, as órbitas são elípticas com o Sol situado em um dos focos da elipse. Você pode representar estas órbitas de uma forma bem didática utilizando um procedimento denominado Método da Jardineira. Para isso você precisará dos seguintes materiais:

- a) Régua de 30 cm b) Barbante c) Folha de papel ofício A4

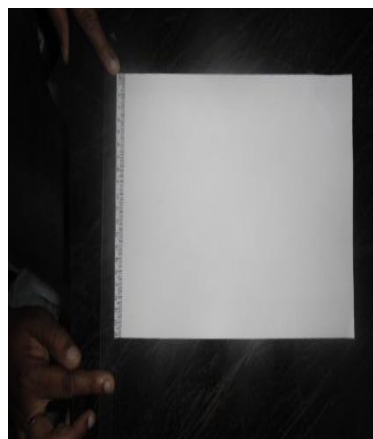


- d) Placa de isopor e) Tesoura f) Dois alfinetes



Utilizando-se destes materiais de baixo custo você terá a noção sobre o formato das órbitas dos planetas. Basta seguir as orientações descritas abaixo:

- 1ª etapa: Meça a largura da folha de papel A4.



- 2ª etapa- Meça o comprimento da folha de papel A4.



- 3ª etapa- Trace uma reta partindo do ponto que representa a metade do comprimento da folha de papel A4, e outra reta partindo do ponto que representa a metade da largura da folha de papel A4.



- 4ª etapa- A posição onde as retas se encontram corresponde a um dos focos da elipse " F_1 " onde estará situado o Sol.



- 5ª etapa- Peguemos como exemplo o planeta Mercúrio que possui a órbita com maior excentricidade ($e=0,206$). Utilize a seguinte relação que define a excentricidade para determinar a distância entre os focos ou distância interfocal (F):

$$e = \frac{F}{A}$$

Onde e representa a excentricidade, F representa a distância entre os focos ou interfocal e A representa o comprimento do eixo maior da elipse.

O comprimento do eixo maior pode ser definido, arbitrariamente, como sendo $A=15\text{ cm}$. Logo para o caso de Mercúrio tem-se a o valor da distância entre os focos equivalente à:

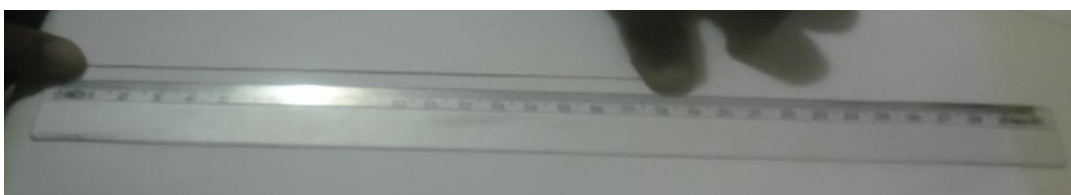
$$0,206 = \frac{F}{15} \rightarrow F = 0,206 \times 15 = F = 3,09\text{ cm}$$

- 6ª etapa- Coloque o outro foco " F_2 " situado ou à esquerda ou à direita do primeiro foco " F_1 " (a escolha fica ao seu critério). Coloque a folha de papel sobre a placa de isopor:

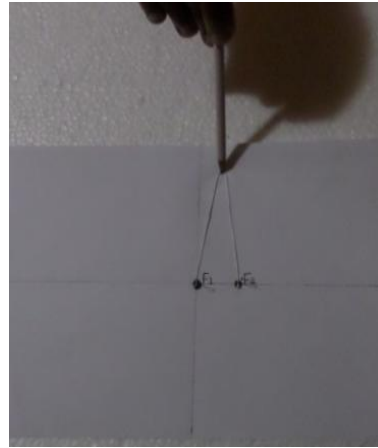


- 7ª etapa- Determine o comprimento " L " do barbante utilizando a relação $L=F+A$:

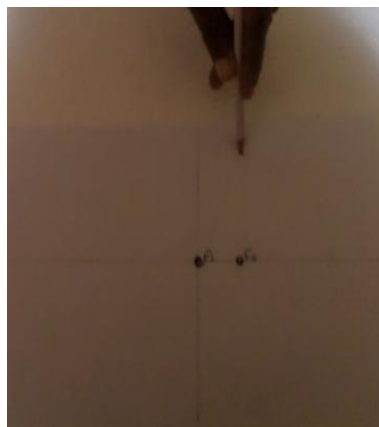
$$L = F + A = 3,09\text{ cm} + 15\text{ cm} = 18,09\text{ cm} \cong 18\text{ cm}$$



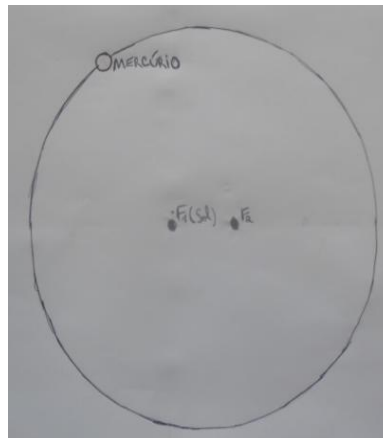
Utilize um barbante com 18 cm, com auxílio de um lápis estique-o e prenda-o pelas pontas utilizando dois alfinetes, fincados na placa de isopor, situados em cada um dos focos, F_1 e F_2 , de acordo com a figura a seguir:



- 8ª etapa- Movendo o lápis no sentido anti-horário trace a órbita do planeta:



Pronto, está representada a órbita de Mercúrio!



4. Demonstração da Lei das Áreas através do experimento das bolinhas

A Segunda Lei de Kepler do Movimento Planetário, também conhecida como “Lei das Áreas”, afirma que a velocidade dos planetas varia ao longo de sua órbita, de modo que a linha imaginária, que une o planeta ao Sol, percorre áreas iguais em intervalos de tempos iguais. Essa Segunda Lei tem como consequência o fato de que o segmento da órbita descrita pelo planeta no periélio (posição onde ele se encontra mais próximo do Sol) é maior do que no afélio (posição onde ele se encontra mais afastado).

É possível demonstrar a consequência desta Segunda Lei através de um experimento simples, porém para a realização do mesmo é mais conveniente se utilizar um cometa, pois são os corpos que possuem uma órbita com maior excentricidade, logo o tamanho da órbita descrita pelo cometa no seu periélio é bem maior, quando comparada com seu afélio. Farei a representação da órbita do cometa Encke, que entre os cometas, é o que possui o menor período de translação, equivalente há 3,3 anos, além da sua distância ao Sol corresponder a 2,22 unidades astronômicas, e sua excentricidade (e) corresponder a $e = 0,9$. Para a realização deste experimento é necessário o uso dos seguintes materiais

a) Régua de 30 cm b) bolas com 0,85 cm de raio c) Dois canudos d) Tesoura



e) Cola bastão



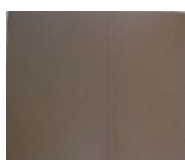
f) Placa de papelão



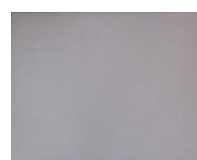
g) Placa de isopor h) Fita adesiva



i) papel milimetrado



j) Três alfinetes



l) papel ofício



m) barbante



Siga as seguintes orientações:

- 1ª etapa- Representação da órbita do cometa Encke na folha de papel milimetrado. Para a realização desta etapa é necessário que se siga os seguintes passos:

a) 1º passo- Marque o primeiro foco F_1 , onde está situado o Sol, no ponto que representa o encontro entre a metade da linha do comprimento com a metade da linha da largura do papel milimetrado:



b) 2º passo- Utilize a relação $e = \frac{F}{A}$ onde $e = 0,9$ e $A = 15 \text{ cm}$ para determinar a distância entre os focos:

$$0,9 = \frac{F}{15} \rightarrow F = 0,9 \times 15 \rightarrow F = 13,5 \text{ cm}$$

Marque então o outro foco F_2 a uma distância $F = 13,5 \text{ cm}$, situado à esquerda ou à direita, do primeiro foco F_1 :



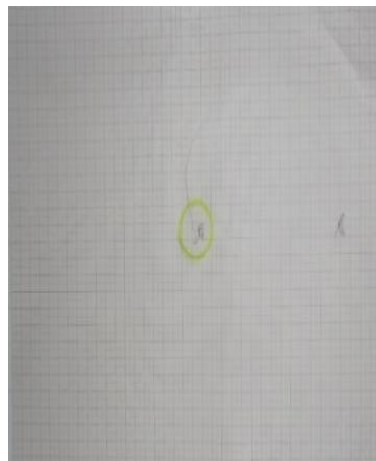
c) 3º Passo- Determine o comprimento “L” do barbante utilizando a relação $L=F+A$:

$$L = F + A = 13,5 \text{ cm} + 15 \text{ cm} = 28,5 \text{ cm}$$

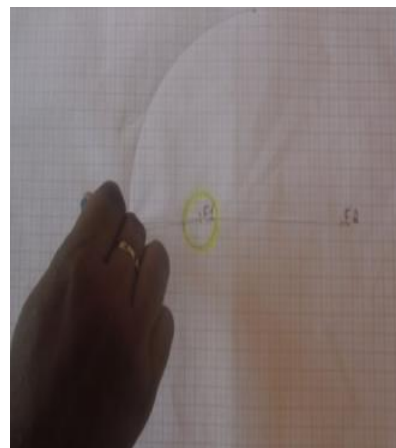
Meça um pedaço de barbante com 28,5 cm de comprimento:



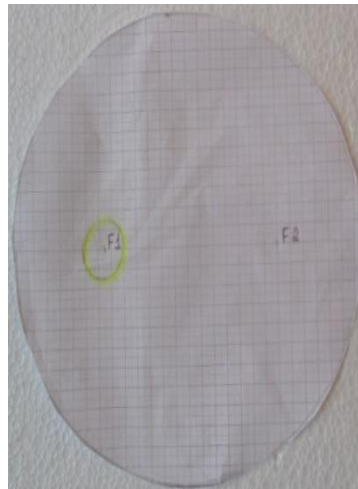
d) 4º Passo- Coloque a folha de papel milimetrado sobre uma placa de isopor e, em seguida, ponha cada uma das extremidades do barbante sobre cada um dos focos F_1 e F_2 . Na sequência fixe os alfinetes nas extremidades do barbante:



e) 5º Passo- Estique o barbante e, em seguida, trace a órbita do cometa:



- 2ª etapa- Recorte a figura que representa a órbita do cometa:



- 3ª etapa- Monte um aparato formado por uma placa de isopor e uma placa de papelão. Para realização desta etapa você precisará de uma fita adesiva para fixar a placa de papelão sobre a placa de isopor:



- 4ª etapa- Cole a figura que representa a órbita do cometa Encke sobre a placa de papelão:



- 5ª etapa- Corte uma tira de papelão com 0,5 cm de largura:



- 6ª etapa- Cubra uma das superfícies da tira de papelão com outra tira feita de papel ofício:



- 7ª etapa- Envolve a figura que representa a órbita do cometa Encke com a tira de papelão colando-a no aparato:



- 8ª etapa- Pegue dois canudos com o mesmo tamanho e fure uma de suas extremidades com um alfinete fixando no foco F_1 onde se encontra o Sol:



- 9ª etapa- Coloque as bolinhas no interior do aparato:



- 10ª etapa- Com auxílio dos canudos mova as bolinhas suavemente:



-11ª etapa- Observe que o segmento da órbita descrita pelo cometa no periélio é maior que no afélio:



Periélio



Afélio

Enfim, através desta atividade é possível se demonstrar de uma forma simples e lúdica a validade da Segunda Lei de Kepler do Movimento Planetário!

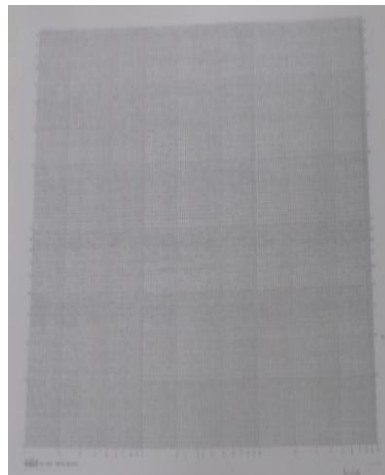
5. A Terceira Lei de Kepler do Movimento Planetário traduzida em uma representação gráfica

A Terceira Lei de Kepler do Movimento Planetário, também conhecida como “Lei Harmônica”, é a lei que estabelece uma relação entre os valores do período de revolução dos planetas em relação ao Sol com a distância média dos planetas em torno deste. Esta lei é descrita como a razão entre os quadrados dos períodos de revolução dos planetas em torno do Sol é diretamente proporcional ao cubo da distância média dos planetas. Tal lei pode ser expressa matematicamente através da seguinte expressão:

$$\frac{T^2}{R^3} = k$$

Com T representando o período de revolução dos planetas em torno do Sol, R sendo a distância dos planetas ao Sol e k equivale a uma constante.

Esta atividade tem como objetivo orientar você a realizar uma representação gráfica que seja válida para a Terceira Lei de Kepler do Movimento Planetário, porém, para este caso é mais conveniente que você utilize o papel log-log (também conhecido como dilog), que é um tipo de papel semelhante ao milimetrado. O papel log-log, conforme mostrado abaixo, é definido de forma que as escalas dos eixos vertical e horizontal são proporcionais aos logaritmos dos números que elas representam. Estas escalas se encontram repartidas em décadas que obedecem a uma sequência cuja razão equivale a uma potência de dez.



A relação matemática vinculada a Terceira Lei de Kepler, equivalente a $\frac{T^2}{R^3} = k$, ilustra uma função que é do tipo $y = ax^b$ onde a e b são constantes, conforme pode ser demonstrado a seguir:

$$\frac{T^2}{R^3} = k \rightarrow T^2 = K \cdot R^3 \rightarrow T = k^{\frac{1}{2}} \cdot R^{\frac{3}{2}}$$

Onde $a = k^{\frac{1}{2}}$ e $b = \frac{3}{2}$ são constantes. As relações que são do tipo $y = ax^b$ podem, através de um processo de linearização, se transformar em uma relação da forma $y = A + b \cdot x$, em que " A " representa o coeficiente linear e " b " o coeficiente angular. Este processo de linearização pode ser realizado por meio de uma mudança de variáveis ou graficamente utilizando o papel log-log. Faremos então uma linearização com o uso do papel log-log e para isso é necessário que se cumpra as seguintes etapas:

- 1ª etapa- Linearização da função $y = ax^b$:

a) Aplique o logaritmo dos dois lados da função:

$$\log(y) = \log(a \cdot x^b) \rightarrow \log(y) = \log(a) + \log(x^b) \rightarrow \log(y) = \log(a) + b \cdot \log(x)$$

b) Considere $\log(y) = Y$, $\log(a) = A$ e $\log(x) = X$ logo se obtêm:

$$Y = A + b \cdot X$$

Que representa a equação de uma reta.

- 2ª etapa- A determinação dos valores dos coeficientes linear (A) e angular (b) da função $Y = A + b \cdot X$ será feita com base na construção do gráfico em papel log-log. As coordenadas localizadas no gráfico correspondem à distância média (horizontal) e ao período de revolução (vertical). Os valores da distância média encontram-se medidos em unidades astronômicas e do período de revolução encontram-se medidos em anos terrestres.

Os valores referentes às distâncias médias (R) e dos períodos de revolução dos planetas (T) em torno do Sol se encontram na tabela 1:

Planeta	R (Unidade Astronômica)	T (Anos Terrestres)
Mercúrio	0,387 UA	0,241anos
Vênus	0,723 UA	0,615 anos
Terra	1,00 UA	1,00 anos
Marte	1,523UA	1,88 anos
Júpiter	5,203UA	11,86 anos
Saturno	9,537UA	29,45 anos
Urano	19,191UA	84,02 anos
Netuno	30,069UA	164,79 anos
Plutão	39,44UA	248,4 anos

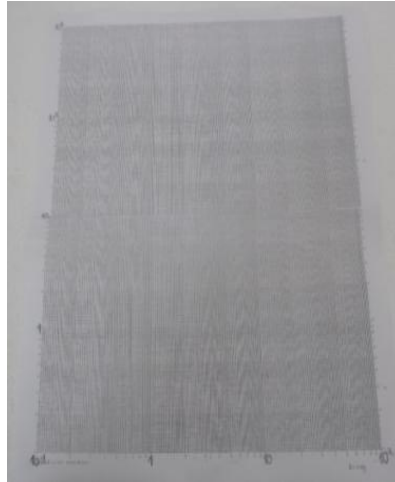
Tabela 1- Distância média e período de revolução dos planetas em torno do Sol.

Fonte: Elaborada pelo autor.

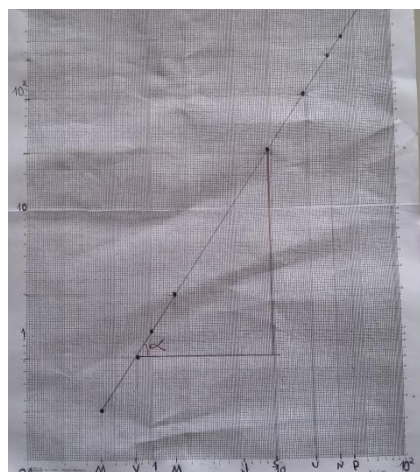
3ª etapa- Os valores da distância média e do período de revolução variam em um intervalo longo, logo para se executar a representação gráfica no papel log-log é mais conveniente que se faça uma junção com dois papéis de forma que se obtenha o seguinte formato:



4ª etapa- É feita uma divisão tanto no eixo vertical, que representa o período de revolução (T), como no eixo horizontal, que representa a distância média (R), em décadas repartidas numa razão equivalente à potência de 10^1 :



5ª etapa- Localize os valores da distância média e do período de revolução em cada um dos eixos ordenados e faça a ligação entre os mesmos obtendo-se um gráfico que representa uma função do tipo $y = A + b.x$ onde o coeficiente linear (A) pode ser tomado com base no ponto onde a reta “corta” o eixo vertical (T) e é definido como $A = 1$. O coeficiente angular (b) é definido como a tangente do ângulo de inclinação (α) do triângulo formado a partir de dois pontos quaisquer pertencentes à reta:



Meça a base e a altura, medidas em centímetros, do triângulo e utilize a relação abaixo para determinar o coeficiente angular b :

$$b = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta T}{\Delta R} = \frac{14,5 \text{ cm}}{9,4 \text{ cm}} \cong 1,5$$

Logo a função obtida é definida como:

$$y = 1 + 1,5 \cdot x$$

Como no gráfico y é equivalente a T e x equivale a R a função pode ser mais definida como:

$$T = 1 + 1,5 \cdot R$$

Enfim, esta função, que reúne os valores da distância média e do período de revolução dos planetas, também serve para comprovar a validade da Terceira Lei de Kepler do Movimento Planetário, pois a citada Lei se propõe a demonstrar uma relação em comum que se estende para todos os planetas do Sistema Solar.

6. Conclusão

O objetivo deste paradidático, que consiste em abordar as Leis de Kepler do Movimento Planetário enfatizando componentes importantes no ensino de Física, é de promover um aprendizado efetivo deste importante conteúdo. Estes componentes equivalem a um relato histórico que se mostre mais fiel à figura do Johannes Kepler e a proposta de contextualização que sustente a abordagem do conteúdo articulado a realidade do estudante.

O interesse por discutir estes componentes no paradidático se originou a partir da minha preocupação com dois parâmetros que são considerados importantes no ensino de Ciências, como a Física e a Astronomia, e que equivalem a História da Ciência e a noção de contextualização defendida nos documentos oficiais. Estes parâmetros possuem uma grande importância no ensino de Ciências, pois os mesmos favorecem ao estudante adquirir uma concepção adequada do que seja a atividade científica.

O uso das atividades didático-pedagógicas serve para mostrar que a apresentação das Leis de Kepler em sala de aula pode ser realizada de uma forma mais didática e, até certo ponto, bem lúdica, pois, conforme demonstrado, a elaboração destas atividades ocorre de uma maneira simples e requerem apenas a utilização de materiais de baixo custo que se mostram eficazes na demonstração das Leis.

Enfim, a aposta deste paradidático por investir nestes pontos, que correspondem à abordagem histórica sobre Kepler, a noção de contextualização trabalhada nos documentos oficiais e o uso das atividades didático-pedagógicas, consiste em se juntar a outras iniciativas cujo propósito venha a melhorar cada vez mais o ensino da Física como também da Astronomia.

.

7. Referências:

- BAROLLI, E. GONÇALVES FILHO, A. **Nós e o Universo**. 2 ed. São Paulo: Editora Scipione.
- BOCZKO, R. **Conceitos de Astronomia**. São Paulo: Editora Edgar Blücher Ltda., 1984.
- COMETA ENCKE. In: Wikipedia: a enciclopédia livre. Disponível: <https://pt.wikipedia.org/wiki/cometa_encke> Acesso em: 19 de outubro de 2015.
- FUCE, L.F. YAMAMOTO, K. Física para o Ensino Médio. São Paulo: Editora Saraiva, v.1, 2010.
- GAROZZO, F. **Johannes Kepler**. São Paulo: Editora Três, 1975.
- GUIMARÃES, P.S. **AJUSTE DE CURVAS EXPERIMENTAIS**. Santa Maria: Editora da Universidade Federal de Santa Maria, 2001.
- MOURÃO, R.R.F. **Kepler a descoberta das leis do movimento planetário**. São Paulo: Editora Odysseus, 2003.
- PIACENTINI, João et al. **INTRODUÇÃO AO LABORATÓRIO DE FÍSICA**. 2ª ed. Florianópolis: Editora da Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.
- ALMEIDA, D. XAVIER, R. SANTANA, D. RIBEIRO, C. A. L. **CADERNO DE LABORATÓRIO: FÍSICA GERAL E EXPERIMENTAL II**. Departamento de Física da Universidade Estadual de Feira de Santana.
- SATÉLITE ARTIFICIAL. In: Wikipedia: a enciclopédia livre. Disponível: <https://pt.wikipedia.org/wiki/satelite_artificial> Acesso em: 19 de outubro de 2015.